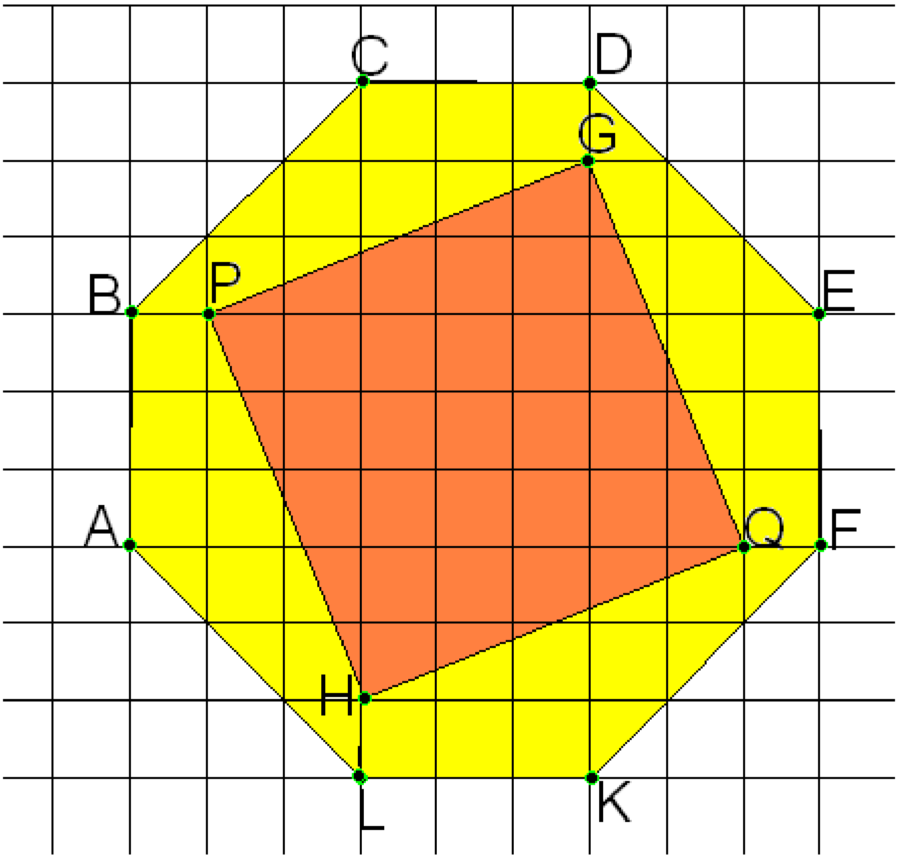
В.В.Воробьёв

Сборник тестов по геометрии

для качественной подготовки к экзаменам

/для 9-11 классов/



2014г.

«Сборник тестов по геометрии»

практические рекомендации

/ для учащихся 9-11 классов / В.В.Воробьёв.-:
Изд-во – 56с.

Введение

В основе пособия «Тесты по геометрии» – тесты, основные геометрические свойства и формулы, основные методы решения.

Особенности данного пособия:

−Имеется достаточное количество справочной информации. Предлагаемый теоретический материал представлен хаотично с особой целью, чтобы обучающиеся, проанализировав условие задачи, подумали и подобрали нужную информацию для решения соответствующей задачи, используя при этом рациональный способ решения.

−Большую часть задач в тестах можно решить **несколькими способами**. Это очень важно для формирования умений мысленно (или с фиксированием в тетради) строить план решения задачи, и если этот план состоит из более пяти действий, то нужно подумать, и найти другой способ решения с меньшим количеством действий, так как практически все эти задачи можно решить, используя два или три действия.

−В тестах имеется целый ряд задач, при решении которых необходимо использовать **дополнительные построения.** В контрольно измерительных материалах в группе **В** не предлагаются задачи с дополнительными построениями, но такие задачи полезны для осмысления определенных геометрических свойств, и они позволяют находить оригинальные способы решения.

−Пособие содержит как **«данные задачи»** так и **«им обратные».** Это сделано с особой целью показать обучающимся, что используя одно и тоже геометрическое свойство при решении «данной задачи» и «ей обратной», методы решения, различны, и при решении обратной задачи необходимо введения неизвестной величины, и как правило, все решение сводится к решению простейшего уравнения.

−Данное пособие можно использовать не только для проверки знаний, но и для более глубокого понимания определенных геометрических свойств, особенно для тех, которым по учебной программе отводится мало времени.

−Этот сборник тестов можно использовать как дополнительное учебное пособие на уроках и во внеурочное время при обобщающем повторении и при подготовке к экзаменам, при индивидуальных занятиях, и как **«Элективный курс»** под названием **«Геометрия в задачах».**

Элективный курс **«Геометрия в задачах».** (всего 10 ч.)

1.Доказательство «особых» геометрических свойств. 1ч.

2.Прямоугольный треугольник и его свойства. Задачи из тестов №1-6; 1ч.

3.Биссектриса треугольника и ее свойства. Задачи из тестов №1-№8; 1ч.

4.Медиана треугольника и ее свойства. Задачи из тестов №1-№10; 1ч.

5.Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники. Задачи из тестов №1-№12; 1ч.

6.Теорема синусов. Теорема косинусов. Задачи из тестов №1-№15; 1ч.

7.Теорема Фалеса и ее следствие. Метод «Центра масс» Задачи из тестов №1-№15; 1ч.

8.Признаки подобия треугольников и свойства подобных фигур.
Задачи из тестов №1-№15; 1ч.
9.Контрольные тесты. Тесты №16-№20; 2ч.

Тестовый материал, в первую очередь, эффективно применять для проведения серии «обучающих самостоятельных работ», проверки и контроля знаний. На выполнение заданий теста отводится 45 минут, что соответствует продолжительности урока. Обучающиеся должны, используя соответствующий теоретический материал, решить как можно больше задач за урок.

В тестах предлагаются задачи различной сложности:

Расположение задач не зависит от сложности (такое расположение создано специально). Обучающимся необходимо научится наиболее рационально распределять свои силы и время на решение задач.

Примерные критерии оценивания

Для обучающей самостоятельной работы №1 (тесты №1-№10)
За правильное решение 6-8 задач - «3»
За правильное решение 9-10 задач - «4»
За правильное решение 11 задач - «5»

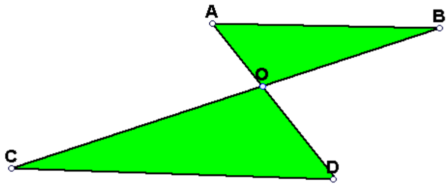
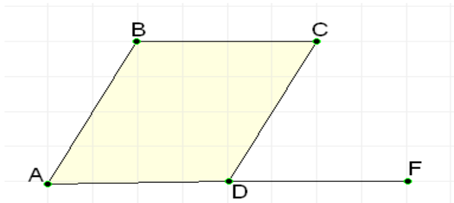
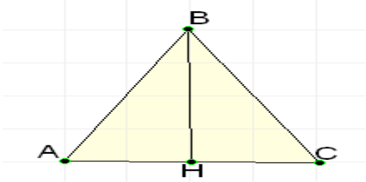
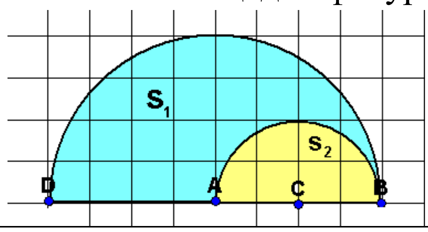
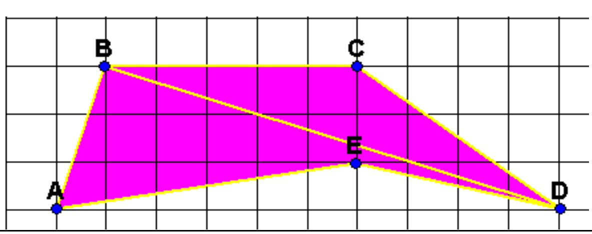
Для обучающей самостоятельной работы №2 (тесты №11-№15)
За правильное решение 6-7 задач - «3»
За правильное решение 8-11 задач - «4»
За правильное решение 12-14 задач - «5»

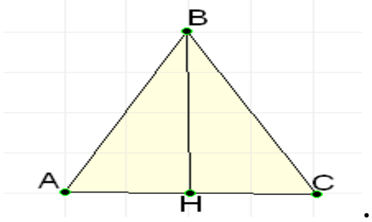
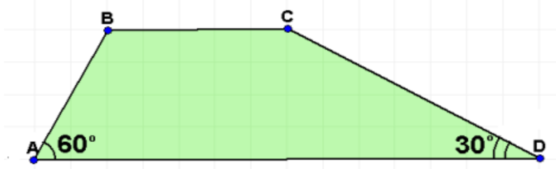
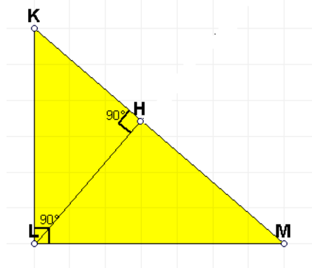
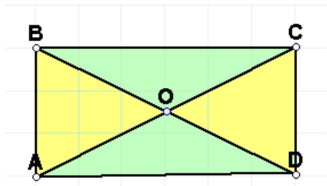
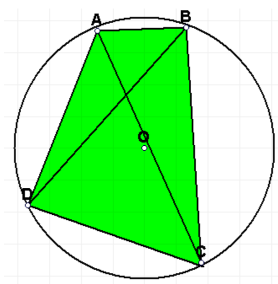
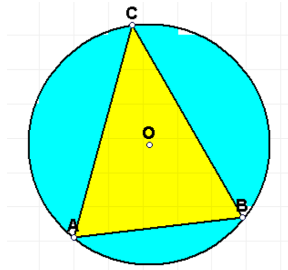
Для контрольной работы и других (тесты №16-№20)
За правильное решение 6-8 задач - «3»
За правильное решение 9-12 задач - «4»
За правильное решение 13-14 задач - «5»

Проведение «тренировочных тестов» направлено на формирование умений и навыков решения задач ГИА и ЕГЭ. Система самостоятельных работ является одним из основных средств реализации деятельностного подхода. Данное пособие может оказать существенную помощь в проведении обучающих самостоятельных работ, использую любые формы работы как индивидуальную, парную или групповую.

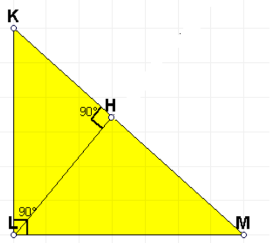
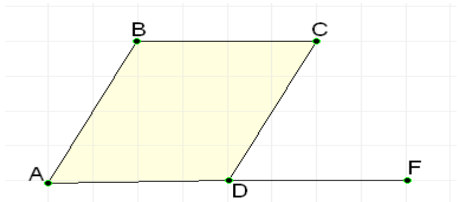
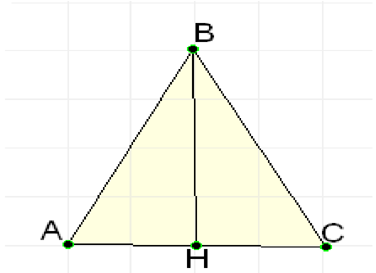
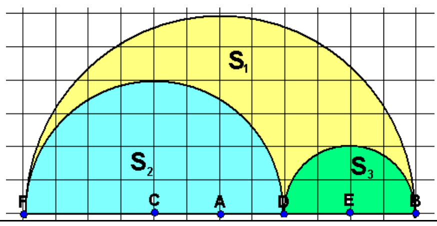
СОДЕРЖАНИЕ

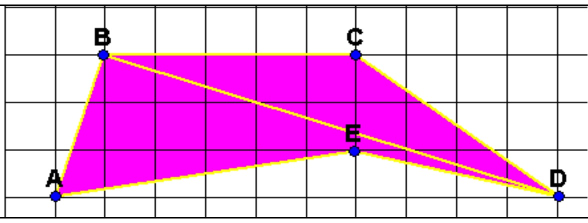
Тест №1

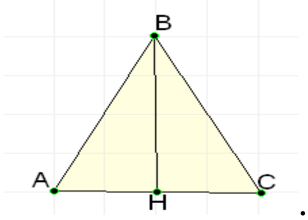
<table>
<tr><th>Основные свойства и формулы</th><th>Условие задач</th></tr>
<tr><td>Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних не смежных с ним.</td><td>1.Дано: AB||CD, $\angle BAO = 42^\circ$, $\angle DCO = 18^\circ$, $\angle COD = ?$
</td></tr>
<tr><td>$S_\nabla = \frac{1}{2}ah$
$S_n = (n-2)\cdot 180^\circ$
сумма углов выпуклом n-угольника</td><td>2.Дано: ABCD – параллелограмм $\angle ABC = 142^\circ$, $\angle CDF$ – внешний угол, $\angle CDF = ?$
</td></tr>
<tr><td>Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.</td><td>3.Дано: ABC – равнобедренный треугольник AB=BC=13, AC=10, BH – высота, BH –?
</td></tr>
<tr><td>Если $\Delta ABC \sim \Delta KLM$, то
$\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KLM} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$</td><td>4. На рисунке изображены два полукруга с диаметрами соответственно DB и AB. Найдите отношение площадей фигур S_1 и S_2
</td></tr>
<tr><td>Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.
$r = R\cos\frac{180^\circ}{n}$; ($r$ – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)</td><td>5.На рисунке изображен пятиугольник ABCDE. Найдите, на сколько см^2 площадь пятиугольника ABCDE больше площади четырехугольника ABDE.
</td></tr>
<tr><td>$S_{ромба.} = \frac{1}{2}d_1 d_2$</td><td>6.Дано: ABC – равнобедренный треугольник AB=BC=40, AC=48, BH – высота, $\cos A$–?</td></tr>
</table>

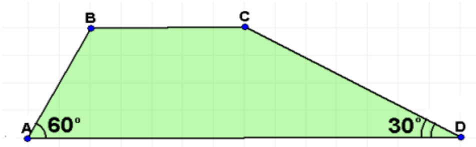
Если $\Delta \hat{A}NM \sim \Delta BAC$, *то* $\dfrac{S\Delta BNM}{S\Delta BAC}=\left(\dfrac{BN}{BA}\right)^2$	
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^\circ$, то $r=\dfrac{LM+KL-KM}{2}$ r – радиус вписанной окружности в ΔKLM	7. Дано: ABCD – трапеция BC=12, AD=26, AB –? 
Если в трапеции ABCD BC и AD - основания, MN-средняя линия трапеции, то $MN \parallel BC$, $MN=\dfrac{BC+AD}{2}$	1. Дано: KLM – прямоугольный треугольник KL=6, LM=8, r – ? 
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	2. Дано: ABCD – прямоугольник AC=12, $\sin\angle AOB=0{,}4$, $S_{ABCD}=?$ 
Если в ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.*	10. Дано: $\angle CAB=56^\circ$, $\angle DBC=42^\circ$, $\angle BCD=?$ 
$S_\nabla=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$ *Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то* $\angle A+\angle C=\angle B+\angle D=180^\circ$	11. Дано: $\sin\angle ACB=0{,}4$, CO =12, AB=? 

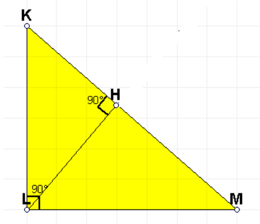
Тест №2

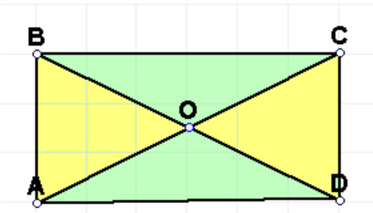
Основные свойства и формулы	Условие задач
Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних не смежных с ним.	1.Дано: KLM – прямоугольный треугольник KH=9, HM=16, LH=? 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ah$ $S_n = (n-2) \cdot 180^{\circ}$ *сумма углов выпуклом n-угольника*	2.Дано: ABCD – параллелограмм $\angle CDF = 64^{\circ}$ $\angle ABC = ?$. 
Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.	3.Дано: ABC – равнобедренный треугольник AB=BC=17, BH – высота, BH =15, AC=?, 
Если $\Delta ABC \sim \Delta KLM$, то $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KLM} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4.На рисунке изображены три полукруга с диаметрами соответственно DB, FB и FD. Найдите отношение площадей фигур S_1 и S_3. 
Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.	5.На рисунке изображен пятиугольник ABCDE. Найдите, на сколько см^2 площадь пятиугольника ABCDE больше площади ΔBCD.

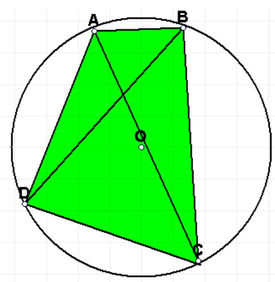
<table>
<tr>
<td></td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>$S_{ромба.}=\frac{1}{2}d_1d_2$</td>
<td>6.Дано: ABC – равнобедренный треугольник AB=BC=34, AC=32, BH – высота, tgA=?


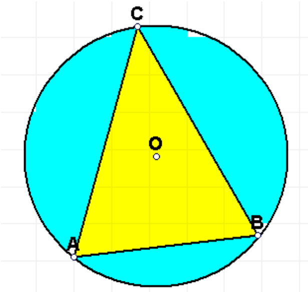
</td>
</tr>
<tr>
<td>Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^{\circ}$, то $r=\frac{LM+KL-KM}{2}$
r – радиус вписанной окружности в ΔKLM</td>
<td>7.Дано: ABCD – трапеции BC=2$\sqrt{3}$, AD=6$\sqrt{3}$, CD =?


</td>
</tr>
<tr>
<td>Если в трапеции ABCD BC и AD - основания, MN-средняя линия трапеции, то $MN \parallel BC$, $MN=\frac{BC+AD}{2}$</td>
<td>8.Дано: KLM – прямоугольный треугольник KL=9, KM=15, $r=?$


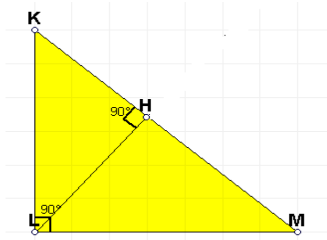
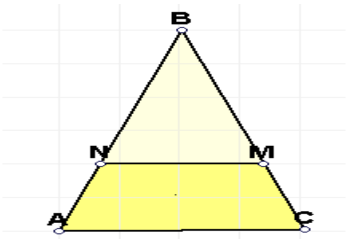
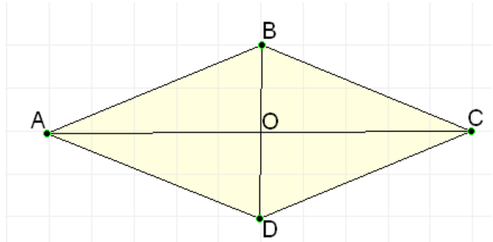
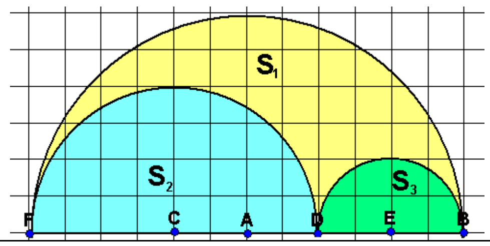
</td>
</tr>
<tr>
<td>Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$
$BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$</td>
<td>9.Дано: ABCD – прямоугольник AC=25, $\cos\angle AOB=0{,}6$, $S_{ABCD}=?$


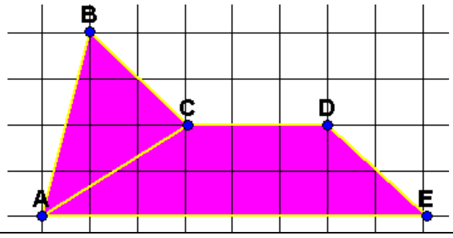
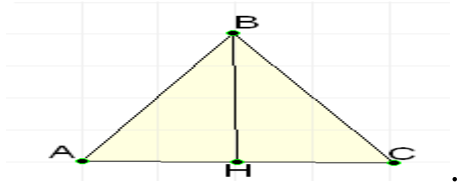
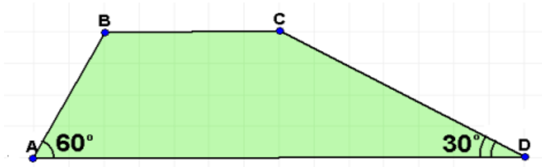
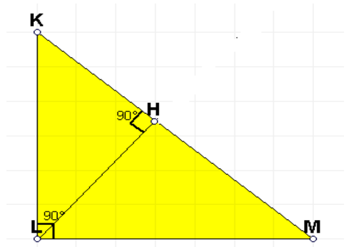
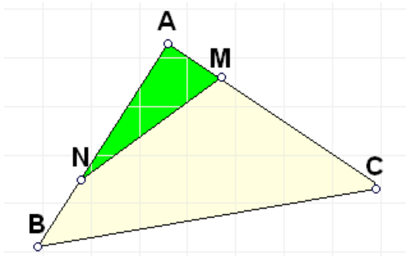
</td>
</tr>
<tr>
<td>Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1.
O- точка пересечения медиан.</td>
<td>10.Дано: $\angle$ABD=36°, $\angle$DAC=42°, $\angle$ADC=?


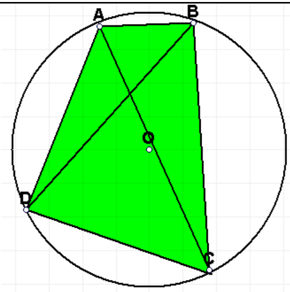
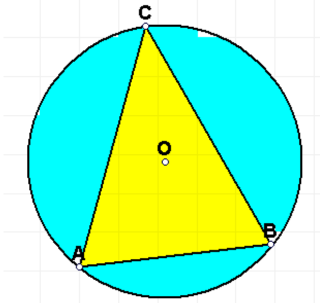
</td>
</tr>
</table>

$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$ *Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то* $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^{\circ}$	11.Дано: $\sin\angle ABC = 0{,}6$, CO =12, AC=? 

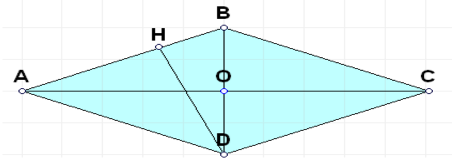
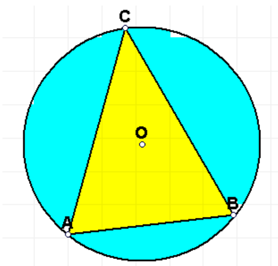
Тест №3

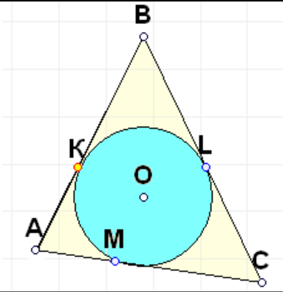
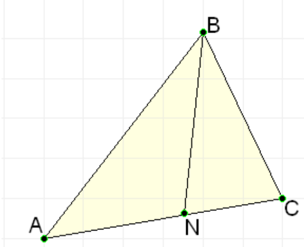
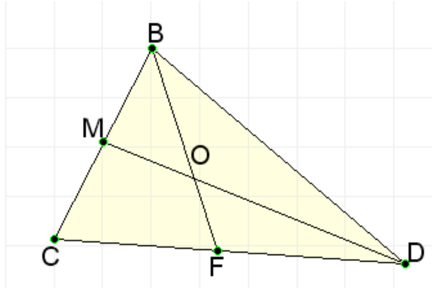
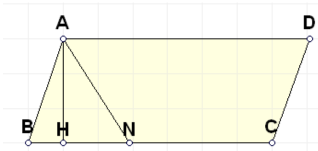
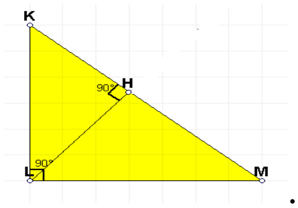
Основные свойства и формулы	Условие задач
\\\\ *Если* ΔKLM *прямоугольный и угол* $L = 90^{\circ}$, *LH-высота, то* $1)\ \frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ $2)\ \frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	1.Дано: ΔKLM $\angle L = 90^{\circ}$, $\cos K = 0{,}8$, KL=10, LH=? 
Если $\Delta\hat{A}NM \sim \Delta BAC$, *то* $\frac{S\Delta BNM}{S\Delta BAC} = \left(\frac{BN}{BA}\right)^2$	2.Дано: ΔABC NM||AC, BN:AN=3:1, $S_{\hat{A}NM}$ =81, $S_{\grave{A}\hat{A}\tilde{N}}$ =? 
Если в ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1.* *O- точка пересечения медиан.* $S_n = (n-2)\cdot 180^{\circ}$ *сумма углов выпуклом n-угольника*	3.Дано: ABCD – ромб, $S_{\grave{A}\hat{A}CD}$ =96, AC:BD=4:3, AC=?  .
Если $\Delta ABC \sim \Delta KLM$, *то* $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KLM} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$ $r = R\cos\frac{180^{\circ}}{n}$; ($r$ – *радиус вписанной окружности в правильный* n-*угольник*)	4. На рисунке изображены три полукруга с диаметрами соответственно DB, FB и FD. Найдите отношение площадей фигур S_3 и S_2. 

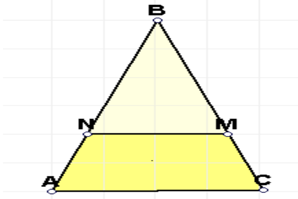
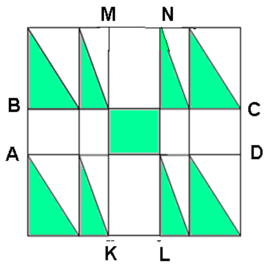
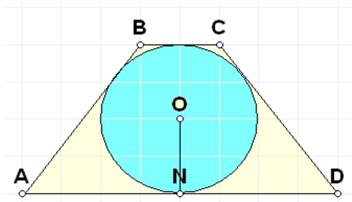
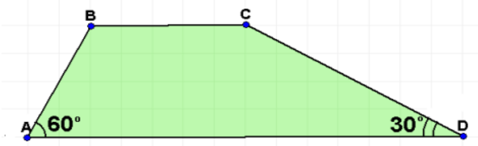
Площади треугольников с одним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу: $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KBM}=\frac{AB\cdot BC}{KB\cdot BM}$.	5.На рисунке изображен пятиугольник ABCDE. Найдите, на сколько см ^{2} площадь пятиугольника ABCDE больше площади треугольника ABC. 
$S_{ромба.}=\frac{1}{2}d_1 d_2$	6.Дано: ΔABC – равнобедренный AB=BC=25, AC=30, BH – высота, $ctgA$–? 
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^{\circ}$, то $r=\frac{LM+KL-KM}{2}$	7.Дано:ABCD – трапеция BC=6, AD=22, AB –? 
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L=90^{\circ}$, *LH-высота, то* 1) $\frac{KH}{LH}=\frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL}=\frac{KL}{KM}$	8.Дано: ΔKLM – прямоугольный KL=12, LM=16, r –? 
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	9.Дано: S_{ABC}=28, AN:BN=5:2, AM:MC=1:7. $S_{NAM}=$? 
Если в ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.* $r=R\cos\frac{180^{\circ}}{n}$; ($r$ *– радиус впи-*	10.Дано: $\angle$CAB= 58°, $\angle$DBC= 42°, $\angle$BCD=?

санной окружности в правильный n-угольник)	
$S_{\nabla}=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$ *Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то* $\angle A+\angle C=\angle B+\angle D=180^{\circ}$	11.Дано: $\sin\angle ACB=0{,}4$, AB =12, BO=? 

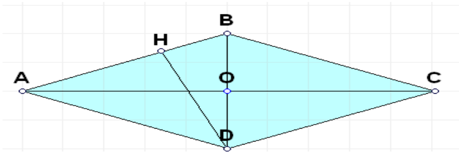
Тест №4

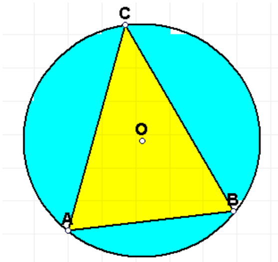
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p=\frac{a+b+c}{2}$ $R=\frac{abc}{4S_{\Delta}}$, *$R$-радиус описанной окружности*	1. Дано: ABCD – ромб DH – высота, $\angle$BDH=14°, $\angle$ADC=?. 
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}=2R$, *$R$- радиус описанной окружности около треугольника ABC*	2. Дано: $\angle ACB=45^{\circ}$, AB=$10\sqrt{2}$, BO=? 
Теорема косинусов $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$ $R=\frac{abc}{4S_{\Delta}}$, *$R$-радиус описанной окружности*	3. Дано: В Δ ABC вписана окружность AB=5, BC=6, AC=4, BK=?

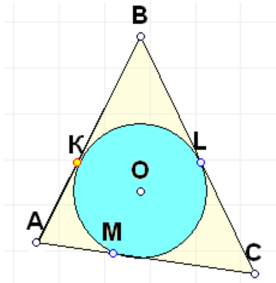
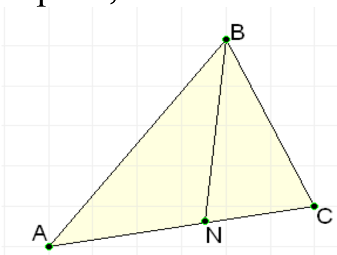
	
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	4. Дано: Δ ABC AC=14, BC=18, AB=24. BN-биссектриса, BN^2=? 
Если в ΔDÂÑ DM, BF-медианы, то DO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан. *Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.*	5 Дано: Δ BDC BD=DC, DM; BF-медианы, DM=9, BF=7,5, $S_{\Delta BDC}$=? 
Если ΔKLM *прямоугольный угол* $L=90^\circ$, *то* $r=\frac{LM+KL-KM}{2}$ r – радиус вписанной окружности в ΔKLM	6. Дано: ABCD – параллелограмм $\angle$HAN=17°, AH – высота, AN – биссектриса угла A, $\angle$ABC=?, 
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L=90^\circ$, *LH-высота, то* 1) $\frac{KH}{LH}=\frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL}=\frac{KL}{KM}$	7.Дано: ΔKLM – прямоугольный KL=18, LM=24, r – ? 
$S_{паралл.} = AB \cdot BC \cdot \sin B$ *Если ΔÂNM ~ ΔBAC, то*	8. Дано: ΔABC NM$\parallel$AC, BN:AN=2:1, $S_{ÂNM}$=36, $S_{ABC}=?$

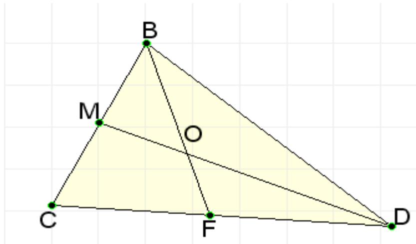
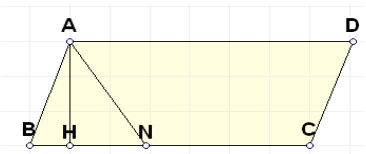
$\dfrac{S\Delta BNM}{S\Delta BAC}=\left(\dfrac{BN}{BA}\right)^2$	
Если $\Delta BOC\sim\Delta DOA$, *то* $\dfrac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\dfrac{BC}{AD}\right)^2$ *Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то AB+CD=BC+AD*	9.Найдите площадь заштрихованной фигуры, если прямоугольник ABCD=MNLК, AB=20, BC=70. 
$S_{сектора}=\dfrac{\pi R^2\alpha}{360^\circ}$ *Если в* ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.*	10 Дано: ABCD -трапеция AB=CD, BC=8, AD=32, NO=? 
В прямоугольном треугольнике катет лежащий против угла в 30° *равен половине гипотенузы*	11.Дано: ABCD – трапеция BC=$\sqrt{3}$, AD=6$\sqrt{3}$, CD=? 

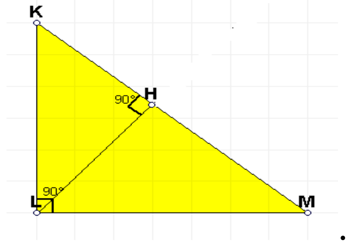
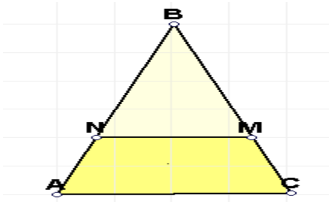
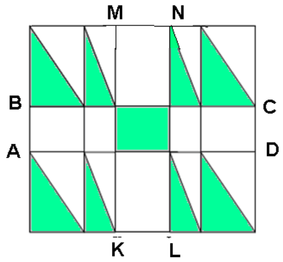
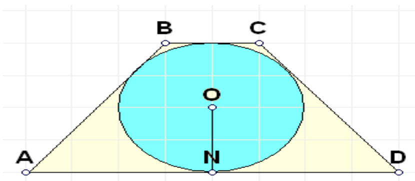
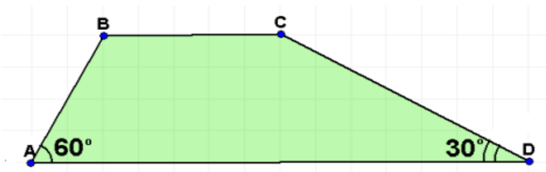
Тест №5

Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_\nabla=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p=\dfrac{a+b+c}{2}$ $R=\dfrac{abc}{4S_\Delta}$, R*-радиус описанной окружности*	2. Дано: ABCD – ромб DH – высота, $\angle$ADH=34°. $\angle$ABC=?. 
Теорема синусов $\dfrac{AB}{\sin C}=\dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{AC}{\sin B}=2R$, R*- радиус описанной окружности около треугольника ABC*	2. Дано: $\angle ACB=60^\circ$, BO=$5\sqrt{3}$, AB=?

<table>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Теорема косинусов
$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$

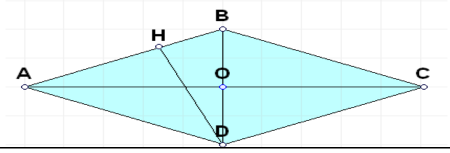
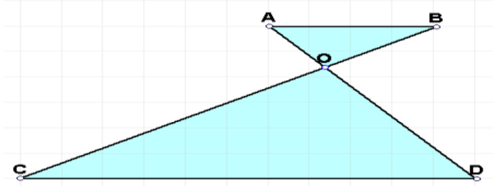
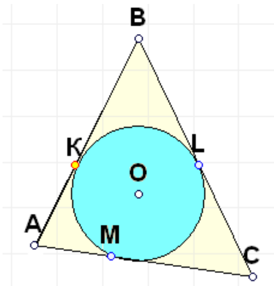
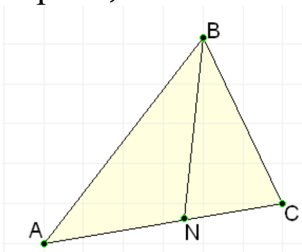
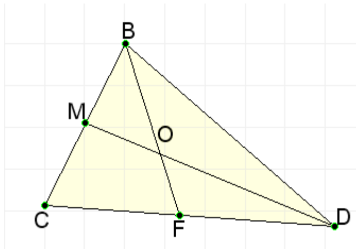
$R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}$, R -радиус описанной окружности</td><td>3. Дано: В Δ ABC вписана окружность AK:BL:CM=2:6:5, периметр Δ ABC равен 130. AB=?,
</td></tr>
<tr><td>Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$
$BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$</td><td>4.Дано: Δ ABC AC=14, BC=9, AB=12. BN-биссектриса, BN ^{2} =?
</td></tr>
<tr><td>Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.

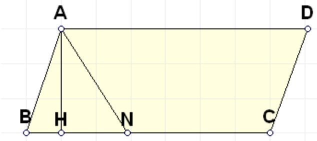
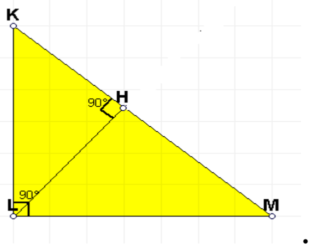
Если в ΔDÂÑ DM, BF-медианы, то DO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан</td><td>5.Дано: Δ BDC BD=DC, DM; BF-медианы, DM=12, BF=7,5, $S_{\Delta BMO}$ =?
</td></tr>
<tr><td>Если ΔKLM прямоугольный угол $L = 90^{\circ}$, то
$r = \frac{LM + KL - KM}{2}$
r – радиус вписанной окружности в ΔKLM</td><td>6. Дано: ABCD – параллелограмм $\angle$ANH=51°, AH – высота, AN – биссектриса угла A, $\angle$ADC=?
</td></tr>
<tr><td>Если ΔKLM прямоугольный и угол $L = 90^{\circ}$, LH-высота, то</td><td>7.Дано: ΔKLM – прямоугольный KL=24, KM=30, r – ?</td></tr>
</table>

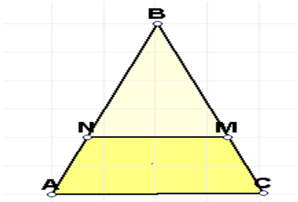
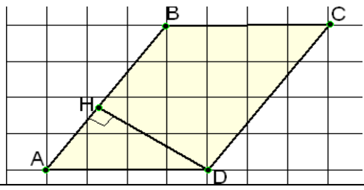
1) $\frac{KH}{LH}=\frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL}=\frac{KL}{KM}$	
$S_{паралл.}=AB\cdot BC\cdot\sin B$ *Если* $\Delta BOC\sim\ \Delta DOA$, *то* $\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	8. Дано: ΔABC NM||AC, BN:AN=2:1, $S_{\hat{A}NM}$ =144, $S_{ANMC}=?$ 
Если $\Delta BOC\sim\ \Delta DOA$, *то* $\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	9.Найдите площадь заштрихованной фигуры, если прямоугольник ABCD=MNLK, AB=30, BC=80. 
$S_{сектора}=\frac{\pi R^2\alpha}{360^\circ}$ *Если в* ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.*	10.Дано: ABCD -трапеция AB=CD, BC=3, AD=12, $S_{ABCD}=?$ 
В прямоугольном треугольнике катет лежащий против угла в 30° равен половине гипотенузы	11.Дано: ABCD – трапеция AB=BC, CD=$4\sqrt{3}$, AB=? 

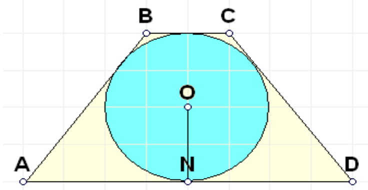
Тест №6

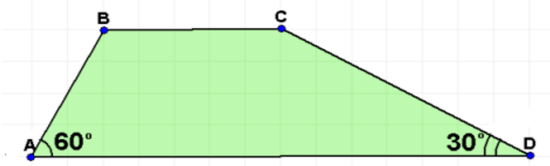
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p=\frac{a+b+c}{2}$	1. Дано: ABCD – ромб DH – высота, $\angle$ADH=44°, $\angle$BDH=?.

$R=\dfrac{abc}{4S_{\Delta}}$, *$R$-радиус описанной окружности*	
Теорема синусов $\dfrac{AB}{\sin C}=\dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{AC}{\sin B}=2R$, *$R$- радиус описанной окружности около треугольника ABC*	2. Дано: AB‖CD, если S_{AOB} =36, AO:DO=2:3. S_{DOC}=? 
Теорема косинусов $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$ $R=\dfrac{abc}{4S_{\Delta}}$, *$R$-радиус описанной окружности*	3. Дано: В Δ ABC вписана окружность AB=5, BC=6, AC=3, BK=? 
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	4.Дано: Δ ABC AC=8, BC=9, AB=15. BN-биссектриса, BN^2=? 
Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников. *Если в ΔDÂÑ DM, BF-медианы, то DO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан*	5.Дано: Δ BDC BD=DC, DM; BF-медианы, DM=18, BF=15, $S_{\Delta BOD}$=? 
Если ΔKLM прямоугольный угол $L=90^{\circ}$, то $r=\dfrac{LM+KL-KM}{2}$	6. Дано: ABCD – параллелограмм AH – высота, AN – биссектриса угла A, $\angle$ANH=47°, $\angle$BAH=?

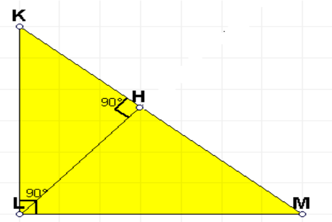
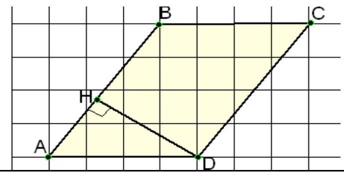
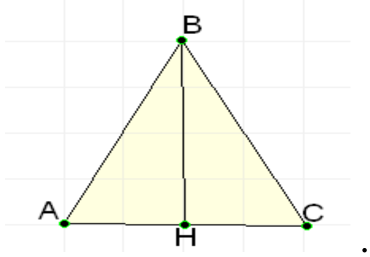
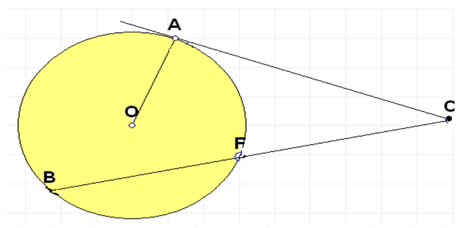
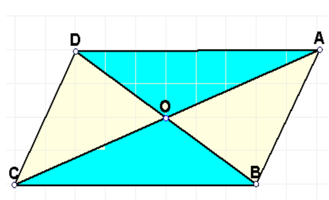
<table>
<tr><td>r – радиус вписанной окружности в ΔKLM</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^\circ$, LH-высота, то
1) $\frac{KH}{LH}=\frac{LH}{HM}$
2) $\frac{KH}{KL}=\frac{KL}{KM}$</td><td>7.Дано: ΔKLM – прямоугольный KH=16, HM=25, $tg\angle HML$=?

</td></tr>
<tr><td>$S_{паралл.}=AB\cdot BC\cdot\sin B$

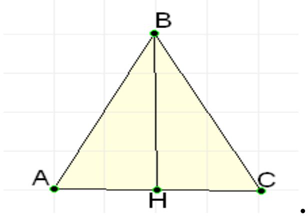
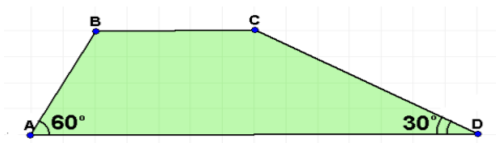
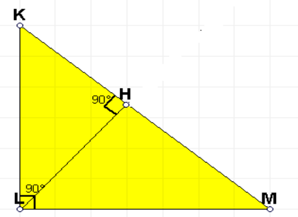
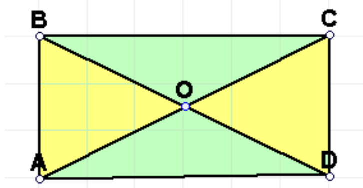
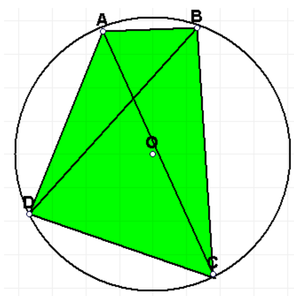
Если $\Delta BOC\sim\ \Delta DOA$, то
$\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$</td><td>8. Дано: ΔABC NM||AC, BN:AN=4:3, $S_{\hat{A}NM}$ =64,
$S_{ABC}=?$

</td></tr>
<tr><td>Если $\Delta BOC\sim\ \Delta DOA$, то
$\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$</td><td>9. На рисунке изображен параллелограмм ABCD DH – высота. Найдите высоту DH в сантиметрах, если размеры одной клетки 1 см × 1 см .

</td></tr>
<tr><td>$S_{сектора}=\frac{\pi R^2\alpha}{360^\circ}$

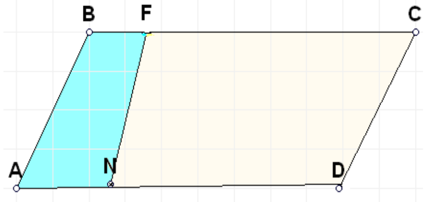
Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.</td><td>10.Дано: ABCD – трапеция AB=CD, BC=7, AD=28,
$S_{ABCD}=?$

</td></tr>
<tr><td>В прямоугольном треугольнике катет лежащий против угла в 30° равен половине гипотенузы.

$S_{ромба.}=2ra$</td><td>11.Дано: ABCD – трапеция AB=BC,CD=$9\sqrt{3}$, AD=?

</td></tr>
</table>

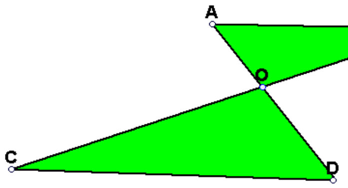
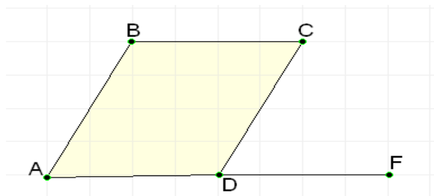
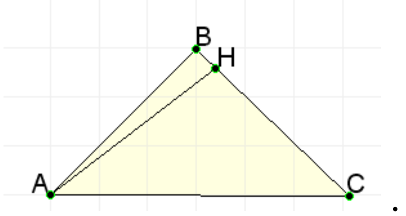
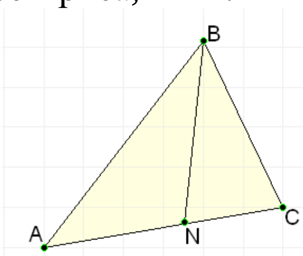
Тест №7

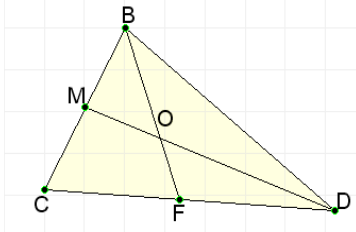
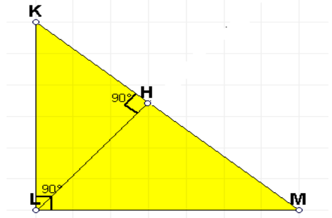
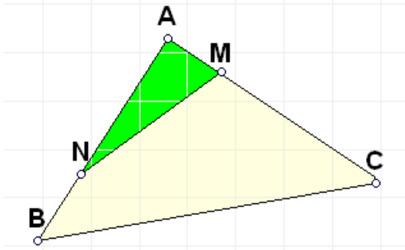
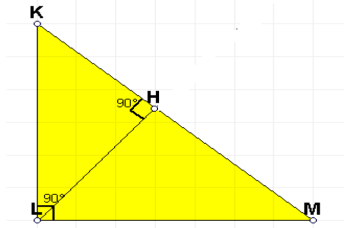
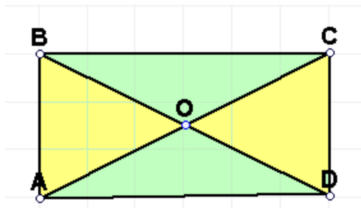
Основные свойства и формулы	Условие задач
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L = 90^\circ$, *LH-высота, то* 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$	1.Дано: ΔKLM – прямоугольный треугольник KH=25, HM=49, $tg\angle HKL$ =? 
$S_\nabla = \frac{1}{2}ah$ $S_n = (n-2)\cdot 180^\circ$ *сумма углов выпуклом n-угольника*	2.На рисунке изображен параллелограмм ABCD DH – высота, размеры одной клетки 1 см × 1 см , S_{ABCD} =?. 
Если в ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.* $r = \frac{S_\Delta}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$	3.Дано: ABC – равнобедренный треугольник AB=BC=25, BH – высота, BH =20, r=?, 
Если $\Delta ABC \sim \Delta KLM$, *то* $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KLM} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4.Секущая BC пересекает окружность в двух точках B и F, AC – касательная. Найдите секущую BC, если BC:BF=49:24, AC=70. 
Если в ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.* $r = R\cos\frac{180^\circ}{n}$; ($r$ *– радиус вписанной окружности в правильный* n*-угольник*)	5.Дано: ABCD – параллелограмм, S_{ABCD} =48, AC=16, DB=12. $\angle$AOD=?. 

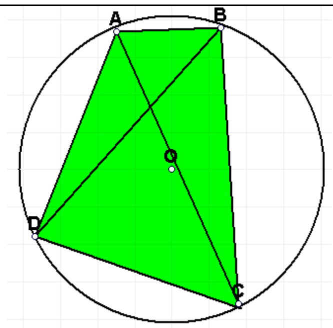
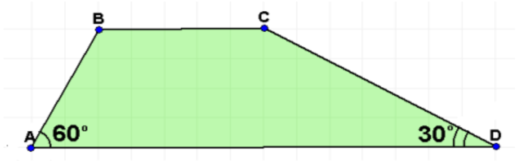
$S_{ромба.} = \frac{1}{2} d_1 d_2$ *Если в трапеции ABCD BC и AD - основания, MN-средняя линия трапеции, то* $MN \parallel BC$, $MN = \frac{BC+AD}{2}$	6.Дано: ABC – равнобедренный треугольник AB=BC=51, AC=48, BH – высота, tgC =? 
$S_{ромба.} = \frac{1}{2} d_1 d_2$	7.Дано: ABCD – трапеция BC:AD=1:5, CD=$6\sqrt{3}$, AD=? 
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ r – радиус вписанной окружности в ΔKLM	8.Дано: KLM – прямоугольный треугольник KL=32, KM=68, $r = ?$ 
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	9.Дано: ABCD – прямоугольник AC=45, $\cos\angle AOB = 0{,}8$, $S_{ABCD} = ?$ 
Если в ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1.* *O- точка пересечения медиан.*	10.Дано: $\angle$ABD= 39°, $\angle$DAC= 44°, $\angle$ADC=? 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab\sin\gamma$ *Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то*	11.Дано: ABCD – параллелограмм, BF:FC=3:10, AN:ND=5:8, S_{ABFN} =96, S_{ABCD} =?

$\angle A+\angle C=\angle B+\angle D=180^\circ$	

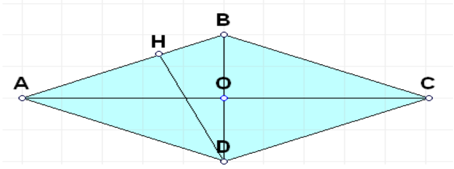
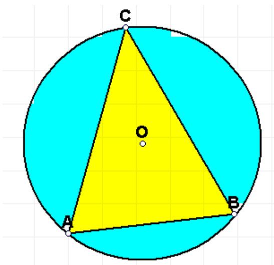
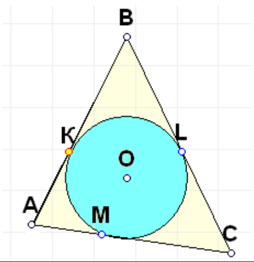
Тест №8

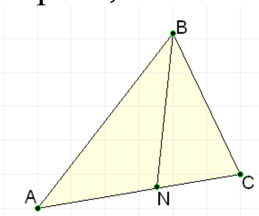
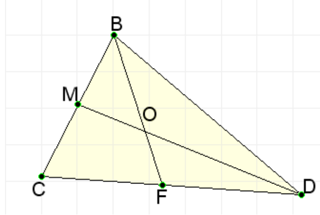
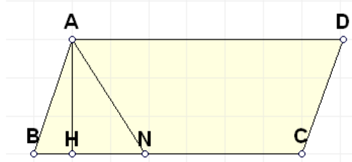
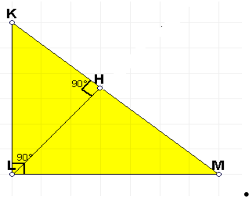
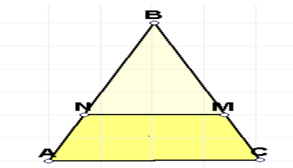
Основные свойства и формулы	Условие задач
Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних не смежных с ним.	1.Дано: AB||CD, $\angle BAO=44^\circ$, $\angle BCD=34^\circ$, $\angle BOD=?$ 
$S_\nabla=\frac{1}{2}ah$ $S_n=(n-2)\cdot 180^\circ$ *сумма углов выпуклом n-угольника*	2.Дано: ABCD – параллелограмм $\angle ABC=142^\circ$, $\angle CDF=?$ 
Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.	3.Дано: ABC – равнобедренный треугольник AB=BC=10, AC=16, AH – высота, AH=? 
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	4.Дано: Δ ABC AB:BC=4:3, AC=14. BN=$6\sqrt{7}$, BN - биссектриса, AB=? 
Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников. *Если в ΔDÂÑ DM, BF-медианы, то DO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан*	5.Дано: Δ BDC BD=DC, DM; BF – медианы, DM=36, BF=19,5, S_{CMOF}=?

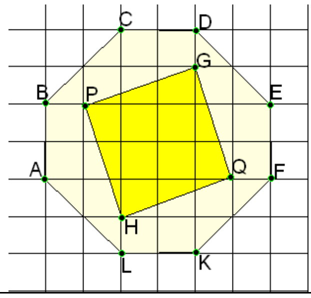
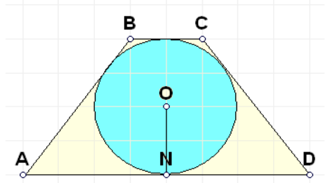
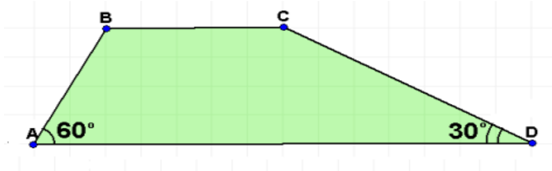
<table>
<tr><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^\circ$, LH-высота, то
1) $\frac{KH}{LH}=\frac{LH}{HM}$
2) $\frac{KH}{KL}=\frac{KL}{KM}$</td><td>6.Дано: ΔKLM – прямоугольный $\cos\angle M=0{,}4\sqrt{6}$, LM=16, LH=?

</td></tr>
<tr><td>Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$
$BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$</td><td>7.Дано: S_{ABC}=24, AN:BN=5:3, AM:MC=1:5. S_{NAM}=?

</td></tr>
<tr><td>Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^\circ$, то
$r=\frac{LM+KL-KM}{2}$
r – радиус вписанной окружности в ΔKLM</td><td>8.Дано: KLM – прямоугольный треугольник KH:MH=9:16, $r=10$, KM=?

</td></tr>
<tr><td>Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$
$BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$</td><td>9.Дано: ABCD – прямоугольник AC=15, $\cos\angle AOB=0{,}6$, $S_{ABCD}=?$

</td></tr>
<tr><td>Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.
$r=R\cos\frac{180^\circ}{n}$; ($r$ – радиус впи-</td><td>10.Дано: $\angle$CAB=66°, $\angle$DBC=40°, $\angle$BCD=?</td></tr>
</table>

санной окружности в правильный n-угольник)	
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab\sin\gamma$ *Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то* $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^{\circ}$	11.Дано:ABCD – трапеция BC:AD=1:7, CD=$5\sqrt{3}$, AB=? 

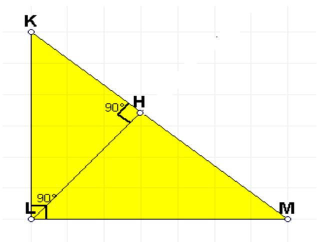
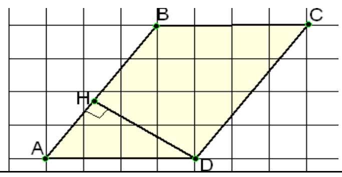
Тест №9

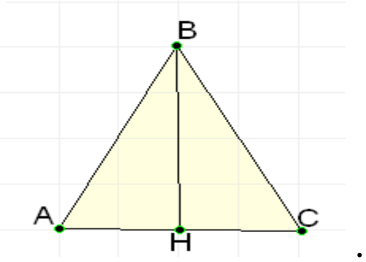
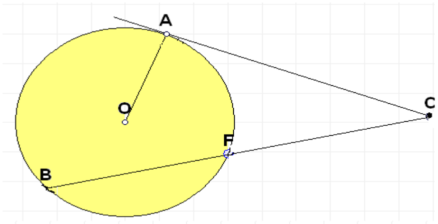
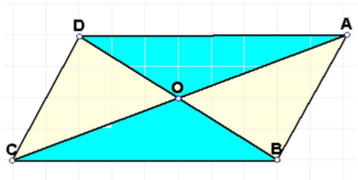
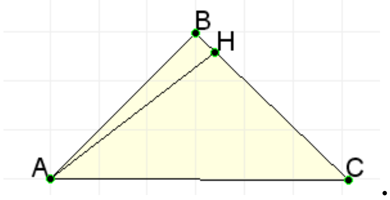
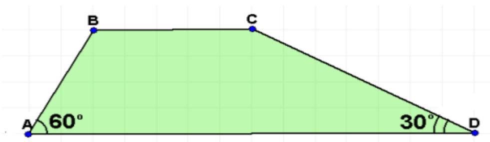
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$ $R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}$, *R-радиус описанной окружности*	1. Дано: ABCD – ромб DH – высота, $\angle$BDH=24°, $\angle$ADH=?. 
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$, *R- радиус описанной окружности около треугольника ABC*	2. Дано: $\angle ABC = 60^{\circ}$, AC=$2\sqrt{3}$, AO=? 
Теорема косинусов $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ $R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}$, *R-радиус описанной окружности*	3. Дано: В Δ ABC вписана окружность AB=7, BC=8, AC=6, AK=? 
	4. Дано: ΔABC AC=18, AB:BC=5:4, BN=10, BN -

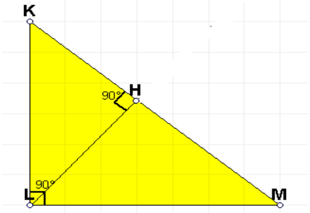
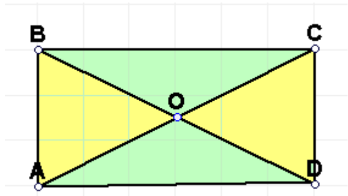
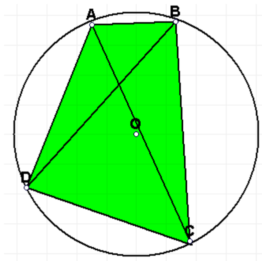
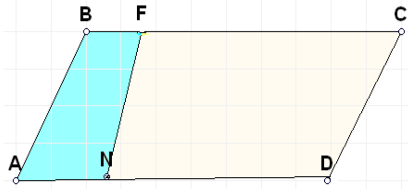
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	биссектриса, AB=? 
Если в ΔDÂÑ DM, BF-медианы, то DO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан. *Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.*	5.Дано: Δ BDC BD=DC, DM; BF-медианы, DM=45, BF=25,5, $S_{\Delta DBC}=?$ 
Если ΔKLM *прямоугольный угол* $L=90^\circ$, *то* $r=\frac{LM+KL-KM}{2}$ r – радиус вписанной окружности в ΔKLM	6. Дано: ABCD – параллелограмм AH – высота, AN – биссектриса угла A, $\angle$ANH=49°, $\angle$ABC=? 
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L=90^\circ$, *LH-высота, то* 1) $\frac{KH}{LH}=\frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL}=\frac{KL}{KM}$	7.Дано: ΔKLM – прямоугольный $S_{KLM}=54$, KM=15, $r=?$ 
$S_{паралл.}=AB\cdot BC\cdot\sin B$ *Если ΔÂNM ~ ΔBAC, то* $\frac{S\Delta BNM}{S\Delta BAC}=\left(\frac{BN}{BA}\right)^2$	8. Дано: ΔABC NM‖AC, BN:AN=3:2, $S_{ÂNM}$=288, $S_{ABC}=?$ 
Если ΔBOC ~ ΔDOA, то $\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$ *Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то AB+CD=BC+AD*	9. Во сколько раз площадь восьмиугольника ABCDEFKL больше площади четырехугольника PGQH.

	
$S_{сектора} = \dfrac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$ *Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.*	10.Дано: ABCD -трапеция AB=CD, NO=4, AD=16, AB=?, 
В прямоугольном треугольнике катет лежащий против угла в 30°равен половине гипотенузы	11.Дано: ABCD – трапеция BC:AD=1:3, S_{ABCD} = =$25\sqrt{3}$, AD=? 

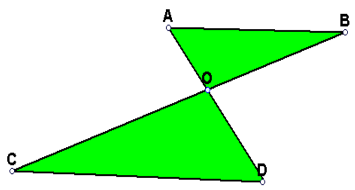
Тест №10

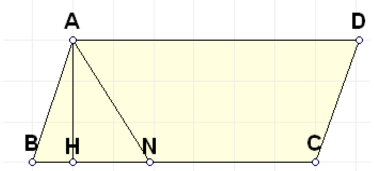
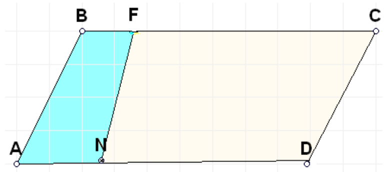
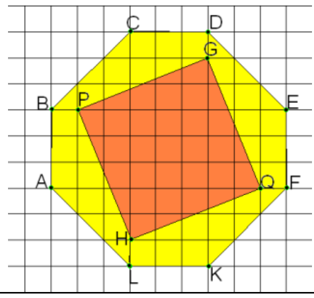
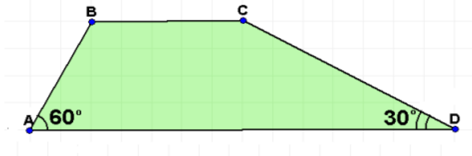
Основные свойства и формулы	Условие задач
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\dfrac{KH}{LH} = \dfrac{LH}{HM}$ 2) $\dfrac{KH}{KL} = \dfrac{KL}{KM}$	1.Дано: ΔKLM – прямоугольный треугольник KH=25, KM=61, $tg\angle HKL = ?$ 
$S_\nabla = \dfrac{1}{2} ah$ $S_n = (n-2)\cdot 180^\circ$ *сумма углов выпуклом n-угольника*	2.На рисунке изображен параллелограмм ABCD DH – высота, размеры одной клетки 1см × 1см, AH=?. 
	3.Дано: ABC – равнобедренный треугольник

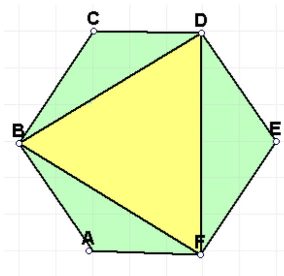
Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан. $r=\dfrac{S_{\Delta}}{p}, p=\dfrac{a+b+c}{2}$ r – радиус вписанной окружности в Δ.	AB=BC=35, BH – высота, BH =28, r=? 
Если $\Delta ABC \sim \Delta KLM$, то $\dfrac{S\Delta ABC}{S\Delta KLM}=\left(\dfrac{AB}{KL}\right)^2$	4.Секущая BC пересекает окружность в двух точках B и F, AC – касательная. Найдите секущую BC, если BC:BF=16:7, AC=24. 
Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.	5.Дано: ABCD – параллелограмм $S_{ABCD}=40\sqrt{2}$, AC=16, DB=10, $\angle$AOD=?. 
$S_{ромба.}=\dfrac{1}{2}d_1d_2$	6.Дано: ABC – равнобедренный треугольник AB=BC=20, AC=32, AH – высота, AH=? 
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^{\circ}$, то $r=\dfrac{LM+KL-KM}{2}$	7.Дано: ABCD – трапеция AB=BC, CD=$\sqrt{3}$, AD=? 
Если в трапеции ABCD BC и AD - основания, MN-средняя линия трапеции, то $MN \parallel BC$,	8.Дано: KLM – прямоугольный треугольник $tg\angle M=0{,}75$, KM=10, LH=?

$MN=\dfrac{BC+AD}{2}$	
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	9.Дано: ABCD – прямоугольник AB=$2\sqrt{3}$, $\cos\angle BOC=-0{,}5$, BC=? 
Если в ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1.* *O- точка пересечения медиан.*	10.Дано: $\angle$ABD=26°, $\angle$ADC=102°, $\angle$DAC=? 
$S_{\nabla}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$ *Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то* $\angle A+\angle C=\angle B+\angle D=180^{\circ}$	11.Дано: ABCD – параллелограмм, BF:FC=4:13, AN:ND=6:11, S_{ABFN}=120, S_{ABCD}=? 

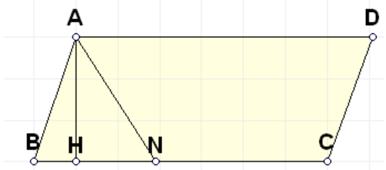
Тест №11

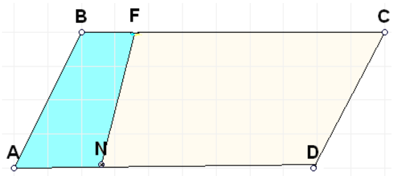
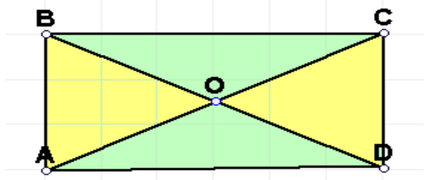
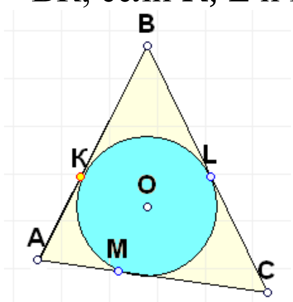
Основные свойства и формулы	Условие задач
Площади треугольников с одним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу: $\dfrac{S\Delta ABC}{S\Delta KBM}=\dfrac{AB\cdot BC}{KB\cdot BM}$.	1. Прямые AD и BC пересекаются в точке O, AB||CD.Найдите угол BOD, если угол BAO равен 38°, а угол DCO равен 31°. 
$S_{\nabla}=\dfrac{1}{2}ah$ *Если* $\Delta BOC\sim\Delta DOA$, *то*	2. В параллелограмме ABCD угол HAN равен 22°.Найдите угол BCD, если AH-высота, а AN – биссектриса угла BAD.

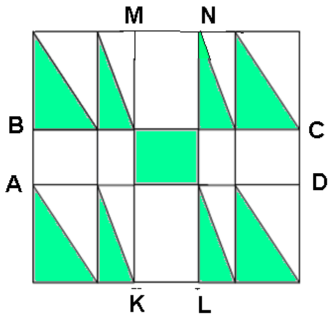
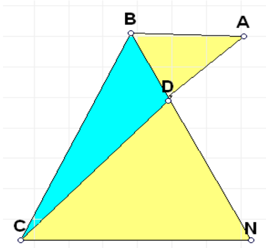
$\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	
Если $\angle ABC-$ вписанный, $O-$центр окружности, точки В и О лежат по одну сторону от АС, то $\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC$	3. В параллелограмме ABCD BF:FC=2:9, AN:ND=3:8. Площадь трапеции ABFN равна 25. Найдите площадь параллелограмма ABCD. 
Если $\Delta ABC\sim\ \Delta KLM$, то $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KLM}=\left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4. В треугольнике ABC $\angle$A:$\angle$B:$\angle$C=2:5:11. Найдите угол А.
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH}=\frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL}=\frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM}=\frac{LM}{KM}$	5. На сколько см^2 площадь восьмиугольника ABCDEFKL больше площади четырехугольника PGQH? Площадь одной клетки 1см^2. 
$S_{ромба.}=\frac{1}{2}d_1d_2$	6. В равнобедренном треугольнике ABC AC=AB, AC:BC=5:8 Найдите основание BC, если периметр треугольнике ABC равен 198.
$S_\nabla=\frac{1}{2}ah$	7.В треугольнике МРК PN – биссектриса, МР:РК=5:6, площадь треугольника PNK равна 36. Найдите площадь треугольника МРК.
Если в трапеции ABCD BC и AD - основания, MN-средняя линия трапеции, то $MN\parallel BC$, $MN=\frac{BC+AD}{2}$	3. В трапеции ABCD угол А равен 60°, а угол D равен 30°, основания трапеции равны соответственно BC=$3\sqrt{3}$, AD=$13\sqrt{3}$. Найдите боковую сторону CD. 
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$	9.В треугольнике ABC угол С равен 90°, AH=16, BH=9. Найдите площадь треугольника ABC,

$BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	если CH – высота треугольника ABC.
Если в ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.*	10.Площадь равнобедренного треугольника ABC равна $16\sqrt{3}$, AC=AB=8. Найдите угол ABC.
$S_{\nabla}=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S_{\nabla}=\frac{1}{2}ah$	11.В равнобедренную трапецию ABCD вписана окружность. Найдите радиус этой окружности, если BC:AD=1:4, площадь трапеции ABCD равна 125, AB=CD.
$S_n=\frac{n}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника* $r=R\cos\frac{180^\circ}{n}$; *(r – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)*	12.Площадь правильного шестиугольника равна $18\sqrt{3}$. Найдите радиус вписанной окружности этого шестиугольника. 
Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A+\angle C=\angle B+\angle D=180^\circ$	13.В параллелограмме ABCD AB$<$BC, BH - высота, DH=3AH, DH=AB. Найдите AB, если площадь параллелограмма ABCD равна $128\sqrt{2}$.
Если $\Delta BOC\sim\Delta DOA$, *то* $\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	14.Через вершину A равнобедренной трапеции ABCD проведена прямая, пересекающая диагональ BD в точке K. Известно, что эта прямая разбивает трапецию на части, площади которых относятся как 2:3. Найдите отношение BK:KD, если AB:BC:CD:AD=5:2:5:8.

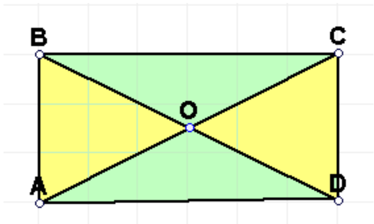
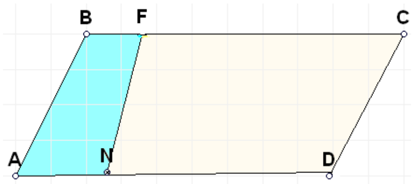
Тест №12

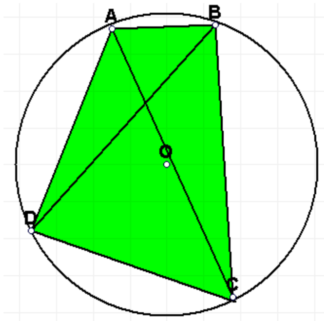
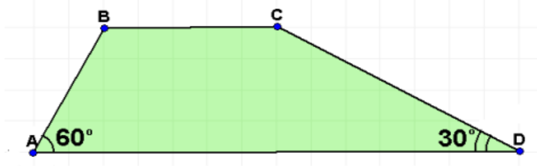
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla}=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S_{\nabla}=\frac{1}{2}ah$ $S_n=\frac{n}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника*	1. В параллелограмме ABCD угол HAN равен 29°.Найдите угол BAD, если AH-высота, а AN-биссектриса угла DAB. 

Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$ *Если* $\Delta BOC\sim\ \Delta DOA$, *то* $\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	2. В параллелограмме ABCD BF:FC=2:7, AN:ND=3:6. Площадь трапеции ABFN равна 45. Найдите площадь параллелограмма ABCD. 
$R=\frac{abc}{4S_{\Delta}}$, R*-радиус описанной окружности*	3. В треугольнике ABC AC=BC=28, высота AH равна 14. Найдите угол BAH.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}=2R$, R*- радиус описанной окружности около треугольника ABC*	4. В прямоугольнике ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке O, сумма углов AOB и COD равна 72°. Найдите угол CAD . 
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то AB+CD= BC+ AD	5. В треугольнике ABC $\angle A:\angle B:\angle C$=3:11:22. Найдите угол C.
Если ΔKLM *прямоугольный угол* $L=90^{\circ}$, *то* $r=\frac{LM+KL-KM}{2}$	6. В равнобедренном треугольнике ABC, AC=AB, AC:BC=5:6. Найдите основание BC, если периметр треугольнике ABC равен 160.
$S_{четыр.}=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$ φ*-угол между диагоналями.* *Если* $\angle ABC-$ *вписанный,* $O-$*центр окружности, точки B и O лежат по одну сторону от AC, то* $\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC$.	7. В треугольник ABC вписана окружность AB=8, BC=9, AC=7. Найдите длину отрезка BK, если K; L и M – точки касания. 
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L=90^{\circ}$, *LH-высота, то* 1) $\frac{KH}{LH}=\frac{LH}{HM}$	8. Найдите площадь заштрихованной фигуры, если прямоугольник ABCD равен прямоугольнику MNKL, AB=10, BC=40.

2) $\dfrac{KH}{KL}=\dfrac{KL}{KM}$ 3) $\dfrac{MH}{LM}=\dfrac{LM}{KM}$	
$S_{сектора}=\dfrac{\pi R^2\alpha}{360^\circ}$	9. В треугольнике ABC, AC=10, BC=10, AB=16. Найдите косинус угла ACB.
Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан. $S_{ромба.}=2ra$ $S_{ромба.}=\dfrac{1}{2}d_1d_2$	10. Прямые AC и BN пересекаются в точке D, AB||CN, площадь треугольника ABC равна 35. Найдите площадь треугольника CDN, если BD: DN=1:4 . 
$S_{трапец.}=\dfrac{a+b}{2}\cdot h$	11.В трапеции ABCD основания BC и AD. O- точка пересечения диагоналей. Найдите площадь трапеции ABCD, если $S_{\Delta BCO}=1$; $S_{\Delta ADO}=25$.
$S_{\nabla}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S_{\nabla}=\dfrac{1}{2}ah$	12. В треугольнике ABC AC=AB, медианы AM и BF пересекаются в точке O, AM:BF=8:5.Найдите BF, если площадь треугольника AOF равна 24.
$S_{\nabla}=pr$ $S_{\nabla}=\dfrac{abc}{4R}$	13. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC высоты BM и AH пересекаются в точке К, причем АК=20, КН=12. Найдите площадь треугольника МСН.
Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A+\angle C=\angle B+\angle D=180^\circ$	14.В треугольнике ABC AN:NC=4:1, BM:MC=1:2, $N\in AC$, $M\in BC$. Найдите площадь треугольника AON, если площадь треугольника BOM равна 2, а отрезки BN и AM пересекаются в точке O.

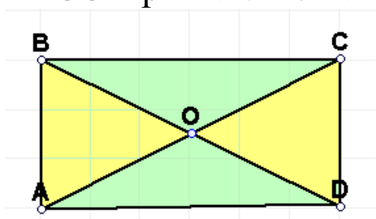
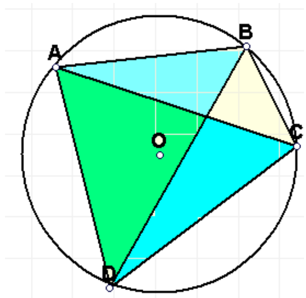
Тест №13

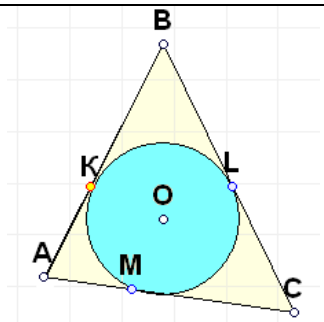
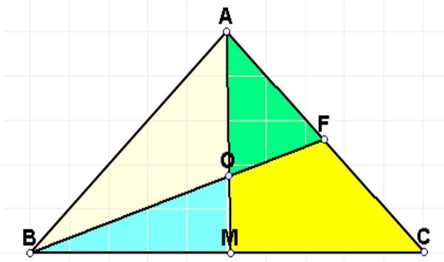
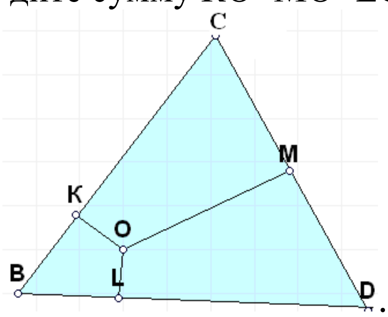
Основные свойства и формулы	Условие задач
$r=\frac{S_\triangledown}{p}$, *r- радиус вписанной* *Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.*	1. В прямоугольнике ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке O, сумма углов AOB и COD равна 64°. Найдите угол ACB . 
$S_\triangledown=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$	2. В равнобедренной трапеции ABCD BC и AD основания трапеции, BC:AD=7:8, средняя линия трапеции равна 90. Найдите основание BC.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}=2R$, *R - радиус описанной окружности* *Теорема косинусов* $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$	3. В параллелограмме ABCD BF:FC=4:10, AN:ND=5:9. Площадь параллелограмма ABCD равна 140. Найдите площадь трапеции ABFN. 
Если $\Delta ABC \sim \Delta KLM$, *то* $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KLM}=\left(\frac{P\Delta ABC}{P\Delta KLM}\right)^2$ *P – периметр треугольника* *S – площадь треугольника.*	4. В треугольнике MPK, PN – биссектриса, MP:PK=7:9, площадь треугольника PNK равна 54. Найдите площадь треугольника MPN.
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то AB+CD= BC+ AD	5. В треугольнике ABC $\cos C=\sqrt{0{,}96}$. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.
$S_{паралл.}=AB\cdot BC\cdot\sin B$	6. В равнобедренном треугольнике ABC, AC=AB, AC:BC=5:8. Найдите основание BC, если периметр треугольнике ABC равен 198.
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	7. В треугольнике ABC AB=$10\sqrt{2}$, угол *C* равен 135°. Найдите радиус окружности описанной около этого треугольника.
$S_{четыр.}=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$	8. В треугольнике ABC угол C равен 90°, AH=64, BH=9. Найдите площадь треугольника AHC, если CH – высота треугольника ABC.

$S_{ромба.} = 2ra$ $S_{ромба.} = \frac{1}{2} d_1 d_2$	9. В трапеции ABCD основания BC и AD, диагонали AC и BD пересекаются точке O. Найдите площадь треугольника COD, если BC=2, AD=10, $S_{\Delta BCO} = 12$.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$, R *- радиус описанной окружности* *Теорема косинусов* $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	12.Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол CAB равен 66° , угол DBC равен 44° . Найдите угол BCD. 
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L = 90^\circ$, *LH-высота, то* 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM} = \frac{LM}{KM}$	11. В параллелограмме ABCD AC= $16\sqrt{3}$, BD=8, косинус угла между диагоналями равен 0,5. Найдите площадь параллелограмма ABCD
Величины вписанных углов, опирающихся на равные хорды, либо равны, либо составляют в сумме 180 $^\circ$. *Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то* $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$; $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	12. В трапеции ABCD угол A равен 60° , а угол D равен 30° , BC:AD=1:3. Найдите основание BC, если CD= $4\sqrt{3}$. 
$r = \frac{S_\nabla}{p}$, *r- радиус вписанной окружности*	13. Площадь прямоугольной трапеции ABCD равна 3, BC= $\sqrt{5}$, AB=2DC. Найдите AD, AB и DC – основания трапеции, BC > AD.
Если в ΔABC *AM; BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1.*	14. В треугольнике ABC AB=6, BC=4, $\sin ABC = 0{,}25\sqrt{15}$. Найдите радиус окружности описанной около треугольника ABC.

О- точка пересечения медиан.	

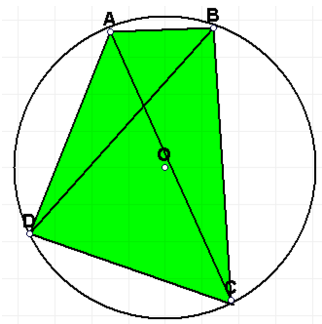
Тест №14

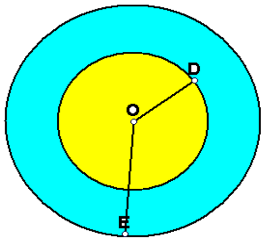
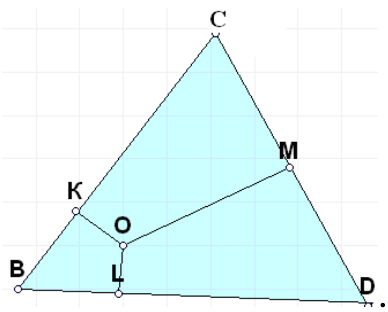
Основные свойства и формулы	Условие задач
Если в ΔABC АМ; BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. *О- точка пересечения медиан.*	1. В треугольнике АВС АС=5см, АВ=12см. $\sin A = \frac{5}{6}$. Найдите площадь треугольника АВС.
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ *Если в ΔABC АМ; BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1.* *О- точка пересечения медиан.* $S_{паралл.} = AB \cdot BC \cdot \sin B$	2. В прямоугольнике ABCD диагонали АС и BD пересекаются в точке О, сумма углов AOB и COD равна 54°. Найдите угол DBA 
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$, R *- радиус описанной окружности* *Теорема косинусов* $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	3. Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол CAB равен 26°, угол DBC равен 34°. Найдите угол DCB. 
Если ΔABCподобен ΔKLM, то $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KLM} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4. В треугольнике АВС АВ=6, ВС=8, ВМ=$\sqrt{34}$ ВМ – медиана. Найдите сторону АС.
$S_{четыр.} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$	5. В треугольнике АВС АС=АВ, АМ и BF-медианы пересекаются в точке О, АМ=18, BF=15. Найдите площадь четырехугольника MOFC.
Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^{\circ}$ *Величины вписанных углов, опирающихся на равные хорды, либо равны, либо составляют в сумме 180 °.*	6. В треугольник АВС вписана окружность АВ=10, ВС=9, АС=11. Найдите длину отрезка ВК, если К; L и М – точки касания.

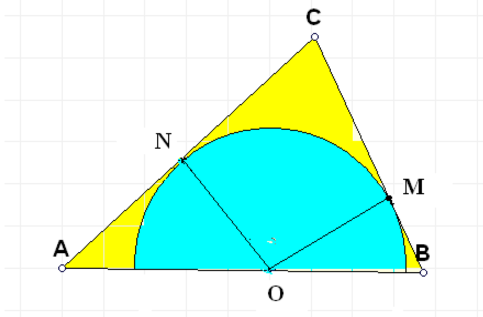
	
$S_{паралл.} = AB\cdot BC\cdot \sin B$	7. В треугольнике ABC $tgA=-\sqrt{3}$, $tgB=1$. Найдите угол C.
Если в ΔABC AM; BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан. $S_{паралл.} = AB\cdot BC\cdot \sin B$ $r=R\cos\frac{180^\circ}{n}$; ($r$ – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)	8. В треугольнике ABC AC=AB, медианы AM и BF пересекаются в точке O, AM:BF=8:5. Найдите AM, если площадь треугольника AOF равна 96. 
$S_{паралл.} = AB\cdot BC\cdot \sin B$	9. В прямоугольном треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = 0{,}3\sqrt{11}$, AC=30. Найдите высоту CH.
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L=90^\circ$, *то* $KM^2=KL^2+ML^2$	10. В треугольнике ABC косинус угла C равен 0,8. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.
Площади треугольников с одним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу: $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KBM}=\frac{AB\cdot BC}{KB\cdot BM}$.	11. В равностороннем треугольнике BCD DC=$6\sqrt{3}$, KO$\perp$BC, MO$\perp$DC, LO$\perp$BD. Найдите сумму KO+MO+LO. 
$S_{\nabla}=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$	12. В треугольнике ABC, AC=5, BC=5, AB=4. Найдите косинус угла ACB.
$S_{ромба.}=2ra$, $S_{ромба.}=\frac{1}{2}d_1 d_2$	13. Площадь равнобедренной трапеции ABCD равна 4, AD=BC=$\sqrt{5}$, AB=3DC. Найдите DC.
	14. Через вершину A равнобедренной трапеции

Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. О- точка пересечения медиан. *Площади треугольников с одним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу:* $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KBM}=\frac{AB\cdot BC}{KB\cdot BM}$.	ABCD проведена прямая, пересекающая диагональ BD в точке К. Известно, что эта прямая разбивает трапецию на части, площади которых относятся как 4:5. Найдите отношение BK:KD, если AB:BC:CD:AD=7,5:3:7,5:12.

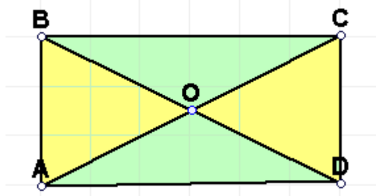
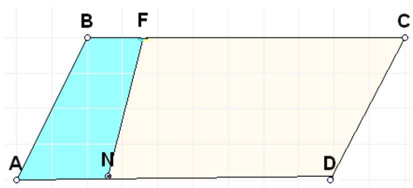
Тест №15

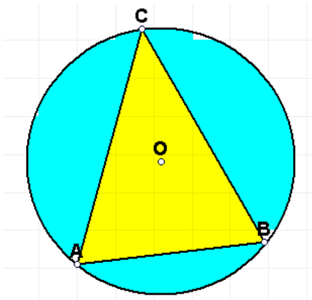
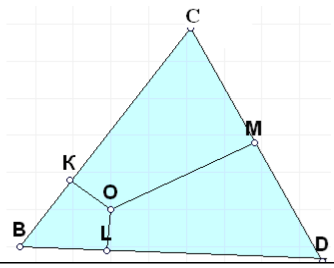
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p=\frac{a+b+c}{2}$	1. В треугольнике MPK, PN – биссектриса, MP:PK=8:9, площадь треугольника PNK равна 72. Найдите площадь треугольника MPK.
$S_{\nabla}=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$	2. В треугольнике ABC $\angle$A:$\angle$B:$\angle$C=3:4:11. Найдите угол A.
Величины вписанных углов, опирающихся на равные хорды, либо равны, либо составляют в сумме 180 °. *Теорема косинусов* $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$	3. Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол CAB равен 72°, угол DBC равен 27°. Найдите угол DCB. 
Если $\Delta ABC\sim\Delta KLM$, то $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KLM}=\left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4. В треугольнике ABC AB=6, AC=2, AM=$\sqrt{11}$ AM – медиана. Найдите сторону BC.
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то AB+CD= BC+ AD	5. В треугольнике ABC AC=AB, медианы AM и BF пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника AOB, если AM=3, BF=3,9.
Если $\Delta BOC\sim\Delta DOA$, то $\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	6. В треугольнике ABC, AC=5, BC=5, AB=3. Найдите косинус угла ACB.
$S_{четыр.}=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$	7. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы кото-

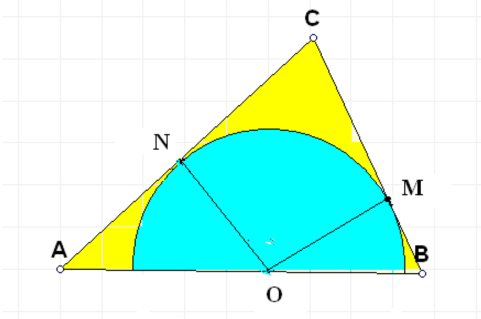
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^\circ$, то $r=\dfrac{LM+KL-KM}{2}$ *Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то* $\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	рых равны $\dfrac{6}{\sqrt{\pi}}$ и $\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}$ 
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^\circ$, LH-высота, то 1) $\dfrac{KH}{LH}=\dfrac{LH}{HM}$ 2) $\dfrac{KH}{KL}=\dfrac{KL}{KM}$	8. В треугольнике KLM угол $L=90^\circ$, LH-высота, KH=144, MH=25.Найдите KL.
$S_{паралл.}=AB\cdot BC\cdot\sin B$ $S_n=\dfrac{n}{2}R^2\sin\dfrac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника*	9. В треугольнике ABC $\sin C=0{,}6$. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	10.Площадь правильного шестиугольника равна $6\sqrt{3}$. Найдите радиус описанной окружности.
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^\circ$, то $KM^2=KL^2+ML^2$	11.В трапеции ABCD основания BC и AD, O-точка пересечения диагоналей. Найдите площадь треугольника AOD, если BC=1, AD=4, $S_{\Delta BCO}=9$.
Теорема синусов $\dfrac{AB}{\sin C}=\dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{AC}{\sin B}=2R$, *R - радиус описанной окружности* *Теорема косинусов* $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$	12. В равностороннем треугольнике BCD DC=$10\sqrt{3}$, KO$\perp$BC, MO$\perp$DC, LO$\perp$BD. Найдите сумму KO+MO+LO. 
Теорема косинусов $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$	13.В треугольнике ABC AF:FC=5:1, BM:MC=1:3, F$\in$AC, M$\in$BC. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь треугольника BOM равна 2, а отрезки BF и AM пересекаются в

	точке О.
Если в ΔABC AM; BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1; O- точка пересечения медиан $S_n = \frac{n}{2}R^2 \sin\frac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника* . *Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то* $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	14. В треугольник ABC вписана полуокружность с центром в точке O, $O \in AB$, AB=12, BC=6, AC=9. Найдите радиус описанной окружности около треугольника NOC. 

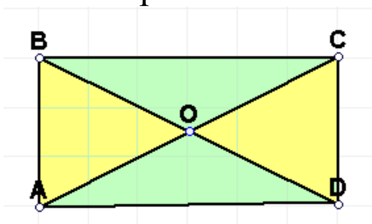
Тест №16

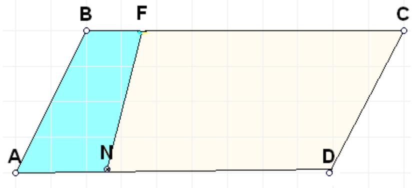
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_\nabla = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$	1. В равнобедренной трапеции ABCD BC и AD основания трапеции, BC:AD=9:10, средняя линия трапеции равна 95. Найдите основание AD.
$S_\nabla = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ *Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то* $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	2. В прямоугольнике ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке O, сумма углов AOB и COD равна 44°. Найдите угол ADO . 
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$, R *- радиус описанной окружности около треугольника ABC* *Теорема косинусов* $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	3. В параллелограмме ABCD BF:FC=5:13 AN:ND=7:11. Площадь параллелограмма ABCD равна 360. Найдите площадь трапеции ABFN. 
Если $\Delta BOC \sim \Delta DOA$, то	4. В треугольнике ABC AB=8, AC=6, AM=5, AM – медиана. Найдите сторону BC.

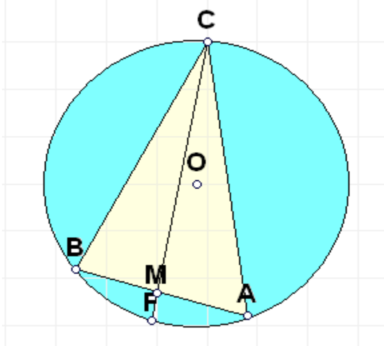
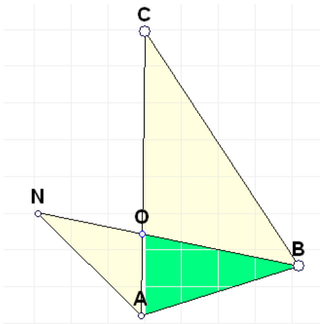
$\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то AB+CD= BC+ AD	5. Найдите квадрат диагонали равнобедренной трапеции, если площадь трапеции равна 64, а ее средняя линия равна 8.
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L=90^\circ$, *то* $r=\frac{LM+KL-KM}{2}$ *Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то* $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$ *Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то* $\angle A+\angle C=\angle B+\angle D=180^\circ$	6. Радиус окружности описанной около треугольника ABC равен $\frac{2\sqrt{3}}{5}$. Найдите BC, если угол A равен 60° 
Если в ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.*	7. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A=\frac{4}{5}$, AC=12. Найдите высоту CH.
$S_{\nabla}=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$	8. В остроугольном треугольнике ABC высоты AH и BF пересекаются в точке O. Найдите угол AOB, если угол C равен 66°
$S_{паралл.}=AB\cdot BC\cdot\sin B$	9. В треугольнике ABC $\angle C=90^\circ$, AC=12, $\cos B=0{,}8$. Найдите площадь треугольника ABC.
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L=90^\circ$, *LH-высота, то* 1) $\frac{KH}{LH}=\frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL}=\frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM}=\frac{LM}{KM}$	10. В равностороннем треугольнике BCD DC=$12\sqrt{3}$, KO$\perp$BC, MO$\perp$DC, LO$\perp$BD. Найдите сумму KO+MO+LO. 
$S_n=\frac{n}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника*	10. Найдите площадь четырехугольника ABCD, если AC=4, BD=$6\sqrt{3}$, а острый угол между диагоналями AC и BD равен 60°.

Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L = 90^\circ$, *то* $KM^2 = KL^2 + ML^2$	12.В треугольнике ABC AC=AB, медианы AM и BF пересекаются в точке O, AM:BF=4:2,5.Найдите BF, если площадь треугольника MOC равна 6.
Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	13.Площадь равнобедренной трапеции ABCD равна 24, AD=BC=$\sqrt{40}$, AB=3DC. Найдите DC.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$, R - *радиус описанной окружности* $S_\Delta = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$ *Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.*	14.В треугольник ABC вписана полуокружность с центром в точке O, O$\in$AB, AB=4, BC=2, AC=3. Найдите радиус описанной окружности около треугольника MOC. 

Тест №17

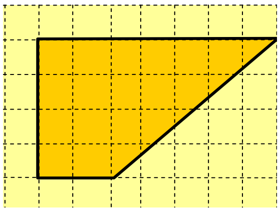
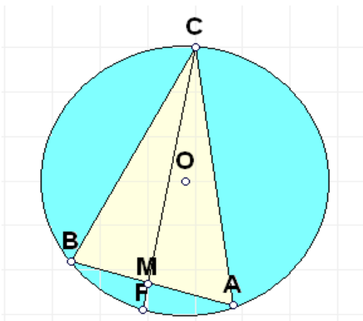
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_\nabla = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$	1. В треугольнике ABC $\angle$A:$\angle$B:$\angle$C=6:5:7. Найдите угол B.
$S_\nabla = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$ *Если в треугольнике ABC BN- биссектриса, то* $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	2. В прямоугольнике ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке O, сумма углов AOB и COD равна 88°. Найдите угол ACD . 

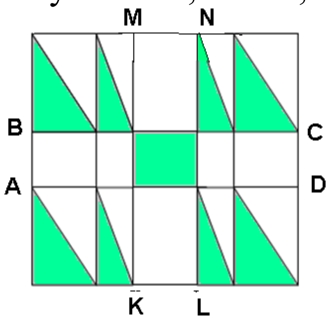
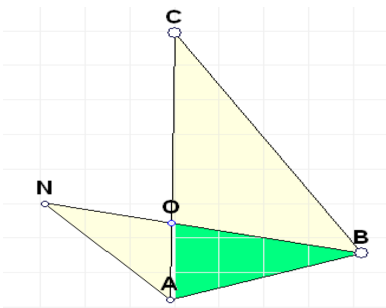
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}=2R$, R *- радиус описанной Окружности* *Теорема косинусов* $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB\cdot AC\cdot\cos A$	3. В параллелограмме ABCD BF:FC=2:14 AN:ND=3:13. Площадь параллелограмма ABCD равна 64. Найдите площадь трапеции ABFN. 
Если $\Delta BOC \sim \Delta DOA$, *то* $\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	4.В треугольнике ABC AB=30, AC=16, AM=17, AM – медиана. Найдите сторону BC.
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то AB+CD= BC+ AD	5.В треугольнике ABC AC=AB, медианы AM и BF пересекаются в точке O, AM:BF=16:10. Найдите BF, если площадь треугольника AOF равна 96.
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L=90^\circ$, *то* $r=\frac{LM+KL-KM}{2}$	6.Радиус окружности описанной около треугольника ABC равен $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. Найдите AB, если угол C равен 135°.
$S_n=\frac{n}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника*	7.В треугольнике ABC $\angle C=90^\circ$ AB=26, $tgA=\frac{12}{5}$. Найдите площадь треугольника ABC.
$S_{четыр.}=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$ *Если* $\Delta BOC \sim \Delta DOA$, *то* $\frac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\frac{BC}{AD}\right)^2$	8.В треугольнике KLM угол $L=90^\circ$, LH-высота, KH=2,56, MH=1,44.Найдите LM.
$S_n=\frac{n}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника*	9.Площадь правильного шестиугольника равна $4{,}5\sqrt{3}$. Найдите радиус вписанной окружности этого шестиугольника.
Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A+\angle C=\angle B+\angle D=180^\circ$ *Если в треугольнике ABC BN-*	10.Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O, CM – медиана, CF:MF=17:1, AB=4. Найдите CM.

биссектриса, то $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L=90^\circ$, *LH-высота, то* 1) $\frac{KH}{LH}=\frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL}=\frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM}=\frac{LM}{KM}$ $S_n=\frac{n}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника*	11. Прямые AC и BN пересекаются в точке O, AN||CB, площадь треугольника AOB равна 72. Найдите площадь треугольника COB, если NO:BO=1:4 . 
Если в ΔABC *AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.*	12. Площадь четырехугольника ABCD равна 15, BD=$5\sqrt{3}$, а острый угол между диагоналями AC и BD равен 60°.Найдите AC.
$S_{ромба.}=2ra$	13. Площадь треугольника ABC равна 12, AC=BC=10. Найдите синус угла C..
$S_n=\frac{n}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника.* *Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то* $\frac{AN}{AB}=\frac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$ $S_\nabla=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	14. Через вершину A равнобедренного треугольника ABC проведена прямая, пересекающая медиану BM в точке K. Известно, что эта прямая разбивает треугольник ABC на части, площади которых относятся как 2:3. Найдите отношение BK:KM, если AB:BC:CA=5:5:6.

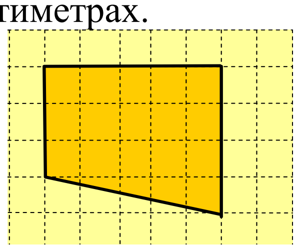
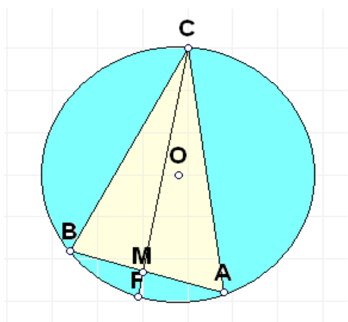
Тест №18

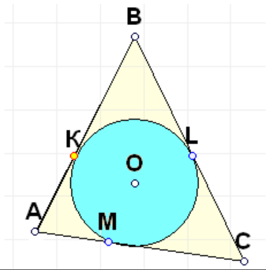
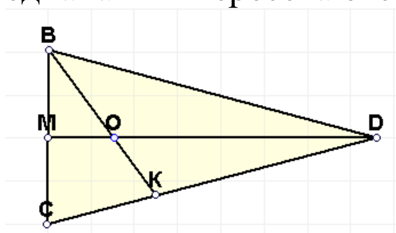
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_\nabla=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	1. В равнобедренной трапеции ABCD BC и AD основания трапеции, BC:AD=2:7, средняя линия трапеции равна 135. Найдите основание

$p=\dfrac{a+b+c}{2}$	BC.
$S_{\nabla}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$	2. В треугольнике ABC $\angle A:\angle B:\angle C=5:11:20$. Найдите угол C.
$r=R\cos\dfrac{180^\circ}{n}$; *($r$ – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)* *Теорема косинусов:* $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$ $S_n=\dfrac{n}{2}R^2\sin\dfrac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника.*	3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см . Ответ дайте в квадратных сантиметрах. 
Если $\Delta BOC\sim\Delta DOA$, то $\dfrac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\dfrac{BC}{AD}\right)^2$	4. В треугольнике MPK, PN – биссектриса, MP:PK=3:4, площадь треугольника PNK равна 48. Найдите площадь треугольника MPK.
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то AB+CD= BC+AD	5. В треугольнике ABC BN-биссектриса, BN=$2\sqrt{15}$, AN=5, NC=4. Найдите BC.
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L=90^\circ$, то $r=\dfrac{LM+KL-KM}{2}$	6. В трапеции ABCD диагонали пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника AOB, основания BC и AD если BC=1, AD=5, $S_{\Delta BCO}=9$.
$S_{четыр.}=\dfrac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$ *Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то* $\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{CN}{BC}$ $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	7. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O, CM – медиана, CF:MF=10:1, AB=18. Найдите CM. 
$S_{четыр.}=\dfrac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$ *Теорема косинусов:* $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$	8. В треугольнике KLM угол $L=90^\circ$, LH-высота, KH=9, MH=16. Найдите синус угла MKL.
$S_{паралл.}=AB\cdot BC\cdot\sin B$	9. В треугольнике ABC угол C равен 90°, AB=17, $ctgA=1{,}875$. Найдите радиус вписан-

	ной окружности в треугольник ABC .
$S_{сектора} = \dfrac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$ $\dfrac{AB}{\sin C} = \dfrac{BC}{\sin A} = \dfrac{AC}{\sin B} = 2R$, *$R$ - радиус описанной окружности*	10.Найдите площадь заштрихованной фигуры, если прямоугольник ABCD равен прямоугольнику MNKL, AB=5, BC=20. 
Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.	11.В треугольнике ABC отрезок NM параллелен стороне AC, BN:NA=6:1, N$\in$AB, M$\in$BC. Найдите площадь четырехугольника ANMC, если площадь треугольника ABC равна 196.
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\dfrac{KH}{LH} = \dfrac{LH}{HM}$ 2) $\dfrac{KH}{KL} = \dfrac{KL}{KM}$ 3) $\dfrac{MH}{LM} = \dfrac{LM}{KM}$ $r = R\cos\dfrac{180^\circ}{n}$; *($r$ – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)*	12.Прямые AC и BN пересекаются в точке O, AN‖CB, площадь треугольника AOB равна 120. Найдите площадь треугольника COB, если NO:BO=1:2 . 
Если четырехугольник ABCD вписан в окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$	13.В трапеции ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника COD, если $S_{\Delta BCO} = 1; S_{\Delta ADO} = 100$, BC и AD основания трапеции.
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то AB+CD= BC+AD $S_{\nabla} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \dfrac{a+b+c}{2}$	14.В треугольник ABC вписана полуокружность с центром в точке O, O$\in$AB, AB=4, BC=2, AC=3. Найдите радиус описанной окружности около четырехугольника CNOM, если N и M точки касания.

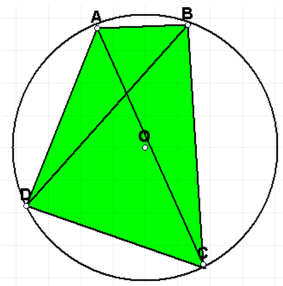
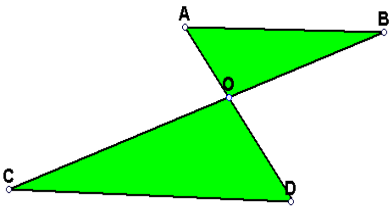
Тест №19

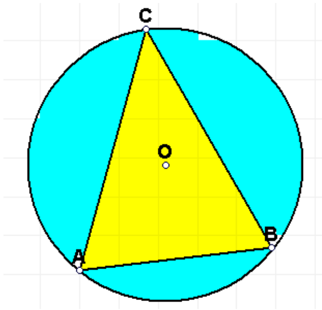
Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_{\nabla}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p=\dfrac{a+b+c}{2}$	1. В равнобедренной трапеции ABCD BC и AD основания трапеции, BC:AD=3:7, средняя линия трапеции равна 60. Найдите основание AD.
$S_{\nabla}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S_{\nabla}=\dfrac{abc}{4R}$	2. В треугольнике ABC угол C равен 90°, AH=81, BH=9. Найдите площадь треугольника ABC.
Теорема косинусов: $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A$ $S_n=\dfrac{n}{2}R^2\sin\dfrac{360^{\circ}}{n}$ *-площадь правильного n- угольника.*	3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см . Ответ дайте в квадратных сантиметрах. 
Если $\Delta BOC\sim\Delta DOA$*, то* $\dfrac{S\Delta BOC}{S\Delta DOA}=\left(\dfrac{BC}{AD}\right)^2$	4. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\dfrac{7}{\sqrt{\pi}}$ и $\dfrac{3}{\sqrt{\pi}}$
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то AB+CD= BC+ AD	5. В треугольнике ABC BN-биссектриса, BN=$4\sqrt{10}$, AN=4, NC=5. Найдите BC.
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L=90^{\circ}$*, то* $r=\dfrac{LM+KL-KM}{2}$ *Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то* $\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{CN}{BC}$, $BN=\sqrt{AB\cdot BC-AN\cdot CN}$	6. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O, CM – медиана, CF:MF=26:1, AB=50. Найдите CM. 
$S_{четыр.}=\dfrac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$	7. В треугольнике ABC, угол C равен 90°, AB=39, $ctgB=2{,}4$. Найдите радиус вписанной окружности в треугольник ABC.

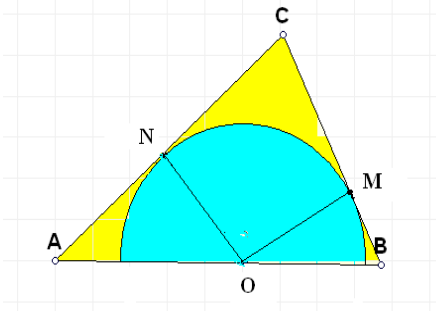
$S_{четыр.} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\varphi$,	8. В треугольнике KLM угол $L = 90^\circ$, LH-высота, KH=144, MH=25. Найдите тангенс угла KLH.
$S_{паралл.} = AB \cdot BC \cdot \sin B$ $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$- *основное тригонометрическое тождество* $r = R\cos\frac{180^\circ}{n}$; *($r$ – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)*	9. В треугольник ABC вписана окружность AB=7, BC=8, AC=6. Найдите длину отрезка BK, если K; L и M – точки касания. 
$S_{\nabla} = \frac{1}{2} ab\sin\gamma$ $S_{\nabla} = \frac{1}{2} ah$	10. В равнобедренном треугольнике ABC AC=BC=10, $\sin C = 0{,}7$. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$- *основное тригонометрическое тождество* $r = R\cos\frac{180^\circ}{n}$; *($r$ – радиус вписанной окружности в правильный n-угольник)*	11. В треугольнике BDC DM=39, DK:CK=5:3. Найдите длину отрезка DO, если отрезок BK и медиана DM пересекаются в точке O. 
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, LH-высота, то 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM} = \frac{LM}{KM}$	12. Радиус окружности описанной около треугольника ABC равен $\frac{7\sqrt{2}}{10}$. Найдите BC, если угол A равен 45°.
Если в ΔABC AM, BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1. O- точка пересечения медиан.	13. Площадь равнобедренной трапеции ABCD равна 4, AD=BC=$\sqrt{5}$, AB=3DC. Найдите квадрат диагонали BD.
$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$, R - *радиус описанной Окружности*	14. В равнобедренной трапеции ABCD AB=CD, O-точка пересечения диагоналей AC и BD, BC=3, AD=12, $\sin AOD = \frac{3\sqrt{7}}{8}$. Найдите площадь трапеции ABCD

$S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника.*	

Тест №20

Основные свойства и формулы	Условие задач
$S_\nabla = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \frac{a+b+c}{2}$	1. В треугольнике MPK, PN – биссектриса, MP:PK=9:5, площадь треугольника PNK равна 180. Найдите площадь треугольника MPK.
$S_\nabla = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$	2. В треугольнике ABC $\angle A : \angle B : \angle C = 13:14:9$. Найдите угол C.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$, *R - радиус описанной окружности* *Величины вписанных углов, опирающихся на равные хорды, либо равны, либо составляют в сумме 180 °.*	3. Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол CAB равен 71°, угол DBC равен 26°. Найдите угол DCB. 
Если $\Delta ABC \sim \Delta KLM$, то $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KLM} = \left(\frac{AB}{KL}\right)^2$	4. В треугольнике ABC BN-биссектриса, BN= $\sqrt{126}$, AN=6, NC=7. Найдите BC.
Если в четырехугольник ABCD вписана окружность, то AB+CD= BC+ AD	5. В треугольнике ABC AC=AB, медианы AM и BF пересекаются в точке O. Найдите площадь треугольника AOB, если AM=30, BF=39.
Если ΔKLM прямоугольный и угол $L = 90^\circ$, то $r = \frac{LM + KL - KM}{2}$ $S_n = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника*	6. Прямые AD и BC пересекаются в точке O, AB‖CD.Найдите угол BOD, если угол BAO равен 48°, а угол DCO равен 41°. 
$S_{четыр.} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$	7. В треугольнике ABC отрезок NM параллелен стороне AC, BN:NA=3:1, $N \in AB$, $M \in BC$. Найдите площадь четырехугольника ANMC, если площадь треугольника ABC равна 100.

$S_{четыр.} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\varphi$	8. В треугольнике KLM угол $L = 90^\circ$, LH-высота, KH=144, MH=25. Найдите LM.
$S_{паралл.} = AB \cdot BC \cdot \sin B$	9. В треугольнике ABC $\cos C = \sqrt{0{,}19}$. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.
Если в треугольнике ABC BN-биссектриса, то $\frac{AN}{AB} = \frac{CN}{BC}$ $BN = \sqrt{AB \cdot BC - AN \cdot CN}$	10.Площадь равностороннего треугольника равна $27\sqrt{3}$. Найдите радиус вписанной окружности этого треугольника.
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L = 90^\circ$, *LH-высота, то* 1) $\frac{KH}{LH} = \frac{LH}{HM}$ 2) $\frac{KH}{KL} = \frac{KL}{KM}$ 3) $\frac{MH}{LM} = \frac{LM}{KM}$	11.Радиус окружности описанной около треугольника ABC равен $0{,}5\sqrt{3}$. Найдите AC, если угол B равен 60°.  .
Если ΔKLM *прямоугольный и угол* $L = 90^\circ$, *то* $KM^2 = KL^2 + ML^2$	12.В трапеции ABCD основания BC и AD, O-точка пересечения диагоналей. Найдите площадь трапеции ABCD, если BC=1, AD=4, $S_{\Delta BCO} = 25$.
Теорема синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$, R *- радиус описанной окружности* *Теорема косинусов* $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$	13.В треугольнике ABC AF:FC=2:1, BM:MC=1:4, $F \in AC$, $M \in BC$. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь треугольника BOM равна 2, а отрезки BF и AM пересекаются в точке O.
Если в ΔABC *AM; BF-медианы, то AO:OM=2:1; BO:OF=2:1; O - точка пересечения медиан.* *Площади треугольников с од-*	14.В треугольник ABC вписана полуокружность с центром в точке O, $O \in AB$, AB=3, BC=2, AC=4. Найдите радиус вписанной окружности в треугольник AON.

ним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу: $\frac{S\Delta ABC}{S\Delta KBM}=\frac{AB\cdot BC}{KB\cdot BM}$. $S_n=\frac{n}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}$ *-площадь правильного n- угольника*	

Основные методы и приемы решения задач тестов
Тест № 21

1. В равнобедренной трапеции ABCD BC и AD основания трапеции, BC:AD=3:7, средняя линия трапеции равна 60. Найдите основание AD.

Решение.

Пусть x –коэффициент пропорциональности, тогда BC=3x, AD=7x.

Так как $\frac{BC+AD}{2}=60$, то получим $\frac{3x+7x}{2}=60$; $x=12$. Тогда AD=$7\cdot 12=84$.

Ответ: 84.

2. В треугольнике ABC угол C равен 90°, AH=81, BH=9. Найдите площадь треугольника ABC.

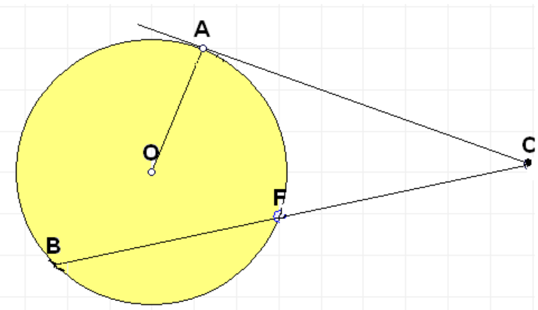
Решение.

Если треугольник ABC прямоугольный CH – высота, то $\frac{AH}{CH}=\frac{CH}{BH}$ так как треугольники AHC и CHB подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle CAH=\angle BCH$; $\angle AHC=\angle CHB$.

$\frac{81}{CH}=\frac{CH}{9}$; CH=27. Тогда $S_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot CH}{2}$; $S_{\Delta ABC}=\frac{90\cdot 27}{2}$; $S_{\Delta ABC}=1250$.

Ответ: 1250.

3. Секущая BC пересекает окружность в двух точках B и F, AC – касательная. Найдите секущую BC, если BC:BF=49:24, AC=36.



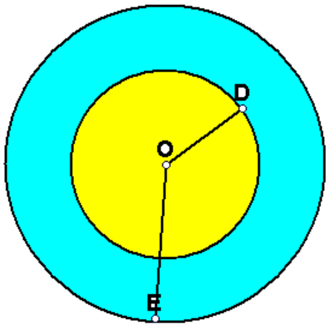
Решение.

Если BC – секущая, AC – касательная, FC – внешняя часть секущей, то $\frac{BC}{AC}=\frac{AC}{FC}$ так как треугольники BCA и ACF подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle C$ – общий; $\angle ABC=\angle CAF$.

Пусть x –коэффициент пропорциональности, тогда BC=49x, BF=24x; FC=25x. Так как $\frac{BC}{AC}=\frac{AC}{FC}$ тогда $\frac{49x}{36}=\frac{36}{25x}$; отсюда получим, что $x=\frac{36}{35}$, следовательно, BC=50,4.

Ответ: 50,4.

4. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{7}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$.



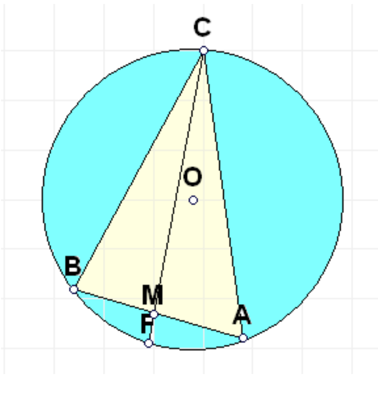
Решение.

Площадь круга находим по формуле $S_{круга}=\pi r^2$, тогда площадь кольца рана разности площадей двух кругов $OE^2\pi-OD^2\pi$, отсюда получим:

$$\left(\frac{7}{\sqrt{\pi}}\right)^2\cdot\pi-\left(\frac{3}{\sqrt{\pi}}\right)^2\cdot\pi=49-9=40.$$

Ответ: 40.

5. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O, CM – медиана, CF:MF=26:1, AB=6. Найдите CM



Решение.

Если AB и CF – пересекающие хорды, то $BM \cdot AM = CM \cdot MF$. Пусть x – коэффициент пропорциональности, тогда CF=26*x*, MF=*x*; CM=25*x*. Так как $BM \cdot AM = CM \cdot MF$ тогда $3 \cdot 3 = 25x \cdot x$; отсюда получим, что $x = \frac{3}{5}$, следовательно, CF=$26 \cdot \frac{3}{5} = 15{,}6$.

Ответ: 15,6.

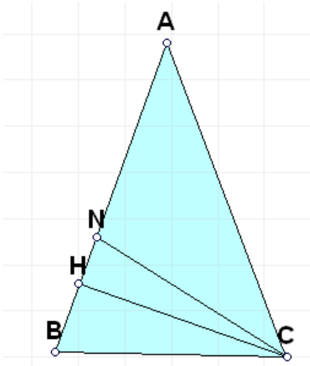
6. В треугольнике ABC, угол C равен 90°, AC=25, $ctgB = 2{,}4$. Найдите радиус вписанной окружности в треугольник ABC.

Решение.

Если треугольнике ABC – прямоугольный, угол C равен 90°, тогда, $ctgB = \frac{BC}{AC}$. Так как AC=25, то получим: $\frac{BC}{25} = 2{,}4$ BC=60. Тогда используя теорему Пифагора найдем гипотенузу AB: $AB^2 = BC^2 + AC^2$; $AB^2 = 60^2 + 25^2$; AB=65. Так как ΔABC – прямоугольный, угол C равен 90°, то радиус вписанной окружности найдём по формуле $r = \frac{BC + AC - AB}{2}$; $r = \frac{60 + 25 - 65}{2} = 10$.

Ответ: 10.

7. В равнобедренном треугольнике ABC AC=AB. Найдите угол A, если CH – высота CN – биссектриса угла ACB, угол NCH равен 18°.

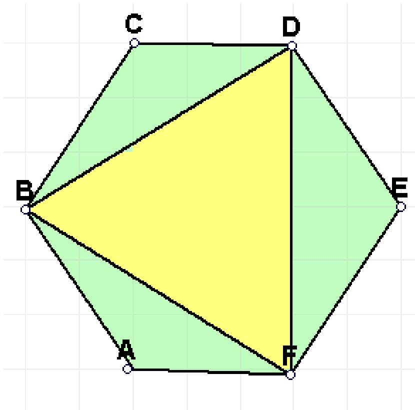


Решение.

Пусть $\angle B = x$, тогда $\angle C = x$ так как треугольник ABC – равнобедренный (AC=AB, а значит $\angle B = \angle C$). Угол BCH равен $90^\circ - x$, так как $\angle$BHC=90° (CH – высота). Угол BCN равен $\frac{x}{2}$, так как CN – биссектриса угла C. Учитывая, что $\angle$BCN=$\angle$BCH+$\angle$NCH, получим уравнение $\frac{x}{2} = 90^\circ - x + 18^\circ$; $x = 72^\circ$, значит, $\angle B = 72^\circ$ $\angle C = 72^\circ$, тогда $\angle A = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$.

Ответ: 36°.

8. Площадь правильного шестиугольника ABCDEF равна $6\sqrt{3}$. Найдите радиус вписанной окружности в треугольник BDF



Решение.

Используем формулу площади правильного n-угольника $S_n = \frac{n}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{n}$ получим $\frac{6}{2}R^2\sin\frac{360^\circ}{6} = 6\sqrt{3}$; $3R^2\frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$; $R = 2$ ($R -$радиус описанной окружности около правильного шестиугольника ABCDEF и около равностороннего треугольника BDF). Затем используем формулу для правильных n-угольников $r = R\cos\frac{180^\circ}{n}$; ($r -$радиус вписанной окружности в правильный n-угольник); так как n=3, то $r = 2\cos\frac{180^\circ}{3} = 2\cos 60^\circ = 2\cdot\frac{1}{2} = 1$.

Ответ:1.

9.В равнобедренном треугольнике ABC AC=BC=10, $\sin C = 0{,}7$. Найдите отношение стороны AB к радиусу описанной окружности этого треугольника.

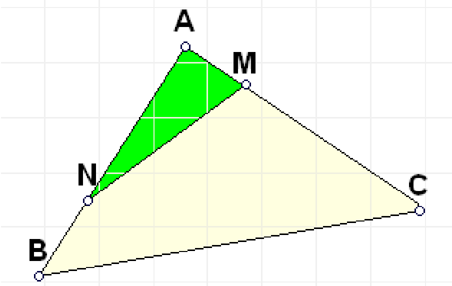
Решение.

Используем формулы: $S_\Delta = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$; $S_\Delta = \frac{àbc}{4R}$:

$S_\Delta = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 10\cdot 0{,}7 = 5\cdot 7 = 35$; $35 = \frac{c}{4R}$; $\frac{c}{R} = 140$.

Ответ:140.

10. Площадь треугольника ABC равна 189. Найдите площадь треугольника ANM, если AN:BN=4:3, AM:MC=2:7.



Решение.

Пусть x – коэффициент пропорциональности для стороны AB, y – коэффициент пропорциональности для стороны AC, тогда AN=4x, BN=3x, AB=7x; AM=2y; MC=7y, AC=9y. Используем свойство: площади треугольников с одним общим углом относятся как произведение отношений сторон, прилежащих к этому углу: $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta \grave{A}NM}} = \frac{\grave{A}\hat{A} \cdot A\tilde{N}}{AN \cdot A\grave{I}}$; $\frac{189}{S_{\Delta \grave{A}NM}} = \frac{7x \cdot 9y}{4x \cdot 2y} = \frac{63}{8}$, отсюда $S_{\Delta ANM} = 24$.

Ответ:24.

11. В треугольнике ABC AC=15см, BC=20см , AB=7см. CN-биссектриса. Найдите квадрат биссектрисы CN треугольника ABC.

Решение.

При решении используем свойства биссектрисы треугольника:

Если в треугольнике ABC CN-биссектриса, то $\frac{\grave{A}N}{AC} = \frac{BN}{BC}$, CN$= \sqrt{\grave{A}C \cdot \hat{A}\tilde{N} - \grave{A}N \cdot BN}$

Пусть AN=x, тогда BN=7-x; так как $\frac{\grave{A}N}{AC} = \frac{BN}{BC}$, то получим $\frac{x}{15} = \frac{7-x}{20}$; $x = 3$;

AN=3, BN=4, тогда CN$= \sqrt{\grave{A}C \cdot \hat{A}\tilde{N} - \grave{A}N \cdot BN}$; CN$= \sqrt{15 \cdot 20 - 3 \cdot 4}$, следовательно, CN$^2 = 288$.

Ответ:288.

12. В равнобедренном треугольнике ABC AC=BC=50, AB=60. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

Решение.

При решении используем формулы: $S_\Delta = \sqrt{\eth(\eth-\grave{a})(\eth-b)(p-c)}$; $R = \frac{\grave{a}bc}{4S_\Delta}$

Так как $p = \frac{50+50+60}{2} = 80$, тогда $S_\Delta = \sqrt{80 \cdot (80-50) \cdot (80-50) \cdot (80-60)} = 1200$, следовательно, $R = \frac{50 \cdot 50 \cdot 60}{4 \cdot 1200} = \frac{500}{16} = 31{,}25$.

Ответ: 31,25.

13. В треугольнике ABC AB=5, BC=3, $\sin ABC = \frac{4\sqrt{14}}{15}$. Найдите радиус окружности вписанной в треугольник ABC.

Решение.

Используем формулы: $S_\Delta = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$; $\sin^2\gamma + \cos^2\gamma = 1$ и теорема косинусов

$A\tilde{N}^2 = \grave{A}\hat{A}^2 + B\tilde{N}^2 - 2\grave{A}\hat{A} \cdot B\tilde{N} \cdot \cos B$.

Найдем площадь треугольника ABC: $S_{\Delta \grave{A}\hat{A}\tilde{N}} = \frac{1}{2} \grave{A}\hat{A} \cdot \hat{A}\tilde{N} \sin\hat{A}$;

$S_{\Delta \grave{A}\hat{A}\tilde{N}} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 \cdot \frac{4\sqrt{14}}{15} = 2\sqrt{14}$.

Так как нам неизвестно какой вид треугольника остроугольный или тупоугольный, то рассмотрим два случая:

1) если треугольник остроугольный, то $\cos ABC = \sqrt{1-\left(\frac{4\sqrt{14}}{15}\right)^2} = \frac{1}{15}$

$A\tilde{N}^2 = \grave{A}\hat{A}^2 + B\tilde{N}^2 - 2\grave{A}\hat{A}\cdot B\tilde{N}\cdot\cos B; \sqrt{6}\,; \frac{675}{4\sqrt{7}}$.

$r = \frac{S_\Delta}{p}$; $r = \frac{2\sqrt{14}}{0{,}5\left(8+4\sqrt{2}\right)}$; $r = \frac{\sqrt{14}}{2+\sqrt{2}}$;

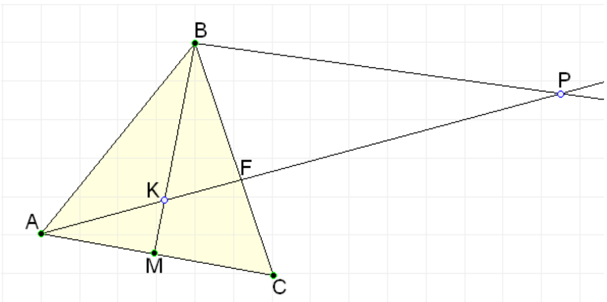
2) если треугольник тупоугольный, то $\cos ABC = \sqrt{1-\left(\frac{4\sqrt{14}}{15}\right)^2} = -\frac{1}{15}$

$A\tilde{N}^2 = \grave{A}\hat{A}^2 + B\tilde{N}^2 - 2\grave{A}\hat{A}\cdot B\tilde{N}\cdot\cos B; AC^2 = 5^2+3^2-2\cdot5\cdot3\cdot\left(-\frac{1}{15}\right) = 25+9+2=36\,; AC=6$.

$r = \frac{S_\Delta}{p}$; $r = \frac{2\sqrt{14}}{0{,}5\left(5+3+6\right)}$; $r = \frac{2\sqrt{14}}{7}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{14}}{2+\sqrt{2}}$ или $\frac{2\sqrt{14}}{7}$.

14. В треугольнике ABC точка K делит медиану BM на отрезки в отношении 3:1. Прямая AK пересекает сторону BC в точке F. В каком отношении прямая AF делит площадь треугольника ABC.

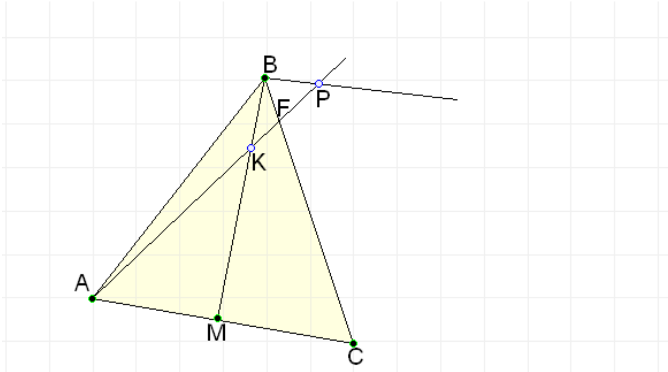


Решение.

1) Рассмотрим первый случай: пусть $\frac{\hat{A}\hat{E}}{\grave{I}\hat{E}} = \frac{3}{1}$. Найдем отношение $\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta AFC}}$.

Выполним дополнительное построение BP || AC, тогда треугольники AKM и PKB подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle KAM = \angle KPB$ (как накрест лежащие углы при параллельных прямых BP и AC, и секущей AP); $\angle AKM = \angle PKB$ (как вертикальные). Из подобия треугольников следует, что $\frac{BK}{MK} = \frac{PB}{AM}$, а так как $\frac{BK}{MK} = \frac{3}{1}$, то $\frac{PB}{AM} = \frac{3}{1}$. Пусть AM=*x,* тогда BP=3*x,* AC=*2x.*

Треугольники AFC и PFB подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle FAC = \angle FPB$ (как накрест лежащие углы при параллельных прямых BP и AC, и секущей AP); $\angle AFC = \angle PFB$ (как вертикальные). Из подобия треугольников следует, что $\frac{PB}{AC} = \frac{BF}{FC}$, $\frac{3x}{2x} = \frac{BF}{FC}$, отсюда $\frac{BF}{FC} = \frac{3}{2}$.Так как основания треугольников ABF и AFC лежат на одной прямой, то $\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta AFC}} = \frac{BF}{FC}$, значит, $\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta AFC}} = \frac{3}{2}$.



2) Рассмотрим второй случай: пусть $\frac{BK}{MK} = \frac{1}{3}$. Найдем отношение $\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta AFC}}$.

Выполним дополнительное построение BP || AC, тогда треугольники AKM и PKB подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle KAM = \angle KPB$ (как накрест лежащие углы при параллельных прямых BP и AC, и секущей AP); $\angle AKM = \angle PKB$ (как вертикальные углы). Из подобия треугольников следует, что $\frac{BK}{MK} = \frac{PB}{AM}$, а так как $\frac{BK}{MK} = \frac{1}{3}$, то $\frac{PB}{AM} = \frac{1}{3}$. Пусть BP=$x$ тогда AM=3x, AC=6x.

Треугольники AFC и PFB подобны по второму признаку подобия (по двум углам) $\angle FAC = \angle FPB$ (как накрест лежащие углы при параллельных прямых BP и AC, и секущей AP); $\angle AFC = \angle PFB$ (как вертикальные углы). Из подобия треугольников следует, что $\frac{PB}{AC} = \frac{BF}{FC}$, $\frac{x}{6x} = \frac{BF}{FC}$, отсюда $\frac{BF}{FC} = \frac{1}{6}$.Так как основания треугольников ABF и AFC лежат на одной прямой, то $\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta AFC}} = \frac{BF}{FC}$, значит, $\frac{S_{\Delta ABF}}{S_{\Delta AFC}} = \frac{1}{6}$.

Ответ: $\frac{3}{2}$ или $\frac{1}{6}$.

Ответы

	Тест 1	Тест2	Тест 3	Тест 4	Тест 5
1	120°	12	6	132	124°
2	38°	116°	144	10	15
3	12	16	16	3,5	40
4	3	4	0,25	384	60
5	7,5	10	11	36	6
6	0,6	1,875	0,75	53°	78
7	7	6	8	6	6
8	2	3	4	81	180
9	28,8	250	2,5	1650	2150
10	82°	102°	80	8	45
11	9,6	14,4	15	7,5	4

°

	Тест 6	Тест7	Тест 8	Тест 9	Тест 10
1	23°	1,4	78°	42	1,2
2	81	16	38°	2	2,4
3	4	7,5	9,6	2,5	10,5
4	90	98	20	15	32
5	24	150°	60	360	135
6	4	1,875	3,2	82°	19,2
7	0,8	15	2,5	3	3
8	196	12	50	800	4,8
9	3,2	607,5	90	2,8	6
10	245	97°	74°	10	52°
11	27	312	5	15	408

	Тест 11	Тест12	Тест 13	Тест 14	Тест 15
1	69°	122°	16°	25	136
2	136°	162	84	76.5°	30°
3	110	15°	45	120°	81°
4	20°	18°	42	8	6
5	34	110	0,4	48	2,4
6	88	60	88	4	0,82
7	66	5	10	15°	32
8	15	550	768	48	156
9	150	-0,28	60	3	1,2
10	60°	112	70°	1,2	2
11	5	36	96	9	144
12	3	15	4	0,68	15
13	12	128	1 или 2	1 или 2	168
14	$\frac{7}{12}$ или $\frac{5}{4}$	38,4	$\frac{16}{\sqrt{15}}$ или $\frac{4\sqrt{6}}{3}$	$\frac{21}{20}$ или $\frac{69}{100}$	$\frac{9\sqrt{6}}{10}$

	Тест 16	Тест 17	Тест 18	Тест 19	Тест 20
1	**100**	**50°**	**60**	**84**	**504**
2	**11°**	**68°**	**100**	**1215**	**45**
3	**120**	**10**	**18**	**17,5**	**83°**
4	**10**	**34**	**84**	**40**	**14**
5	**128**	**30**	**8**	**15**	**120**
6	**1,2**	**1,2**	**45**	**125**	**89°**
7	**7,2**	**120**	**27**	**6**	**43,75**
8	**114°**	**2,4**	**0,8**	**2,4**	**65**
9	**96**	**1,5**	**3**	**4,5**	**1,8**
10	**18**	**8**	**137,5**	**1,4**	**3**
11	**18**	**288**	**52**	**30**	**1,5**
12	**7,5**	**4**	**240**	**1,4**	**625**
13	**2 или 6**	**0,24**	**10**	**8 или 17**	**110**
14	$0{,}3\sqrt{6}$	3 **или** $\frac{4}{3}$	$0{,}3\sqrt{6}$	$\frac{675}{4\sqrt{7}}$ **или** $\frac{75\sqrt{7}}{4}$	$\frac{7}{4\left(\sqrt{15}+1\right)}$

Список литературы
и использование источников

1.Вольпер Е.Е. Задачи по математике Ч.1: Уравнения и неравенства / ОмИПКРО; Школа-лицей №66. – Омск, 1998. – 64с.

2.Воробьев В.В. Учебно-методическое пособие. «Сборник задач и тестов для успешной подготовки к ЕГЭ по математике: практические рекомендации для выпускников 11 классов» – Омск.. Изд-во ОмГПУ, 2008 – 83с.

3.Воробьев В.В.Система подготовки к ЕГЭ по математике. «Обучающие тесты по геометрии». Журнал «Современный урок» – Москва. Изд-во ООО «Руспечать». Центр «Педагогический поиск». №1–№4 2013. – С.3-10.

4.Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезание. – М.:МЦНМО, 2002. – 120с. Серия: «Секреты преподавания математики».

5.Далингер В.А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике. Нестандартные уравнения и неравенства и методы их решения. Учеб. пособие – Омск: Изд-во ОмГПУ, 1995.

6.Денищева Л.О., Глазков Ю.А., Краснянская К.А., Рязановский А.Р., Семенов П.В. Единый государственный экзамен 2008. Математика. Учебно-тренировочные материалы для подготовки учащихся / ФИПИ – М.: Интеллект–Центр, 2007.

7. ЕГЭ-2012. Математика: типовые экзаменационные варианты: 30 вариантов /под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. –М.: Национальное образование, 2012.

8. ЕГЭ-2013. Математика: типовые экзаменационные варианты: 10 вариантов под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. – М.: Национальное образование,

Воробьев Василий Васильевич

«**Сборник тестов по геометрии**»

практические рекомендации

/ для учащихся 9-11 классов /

Изд-во