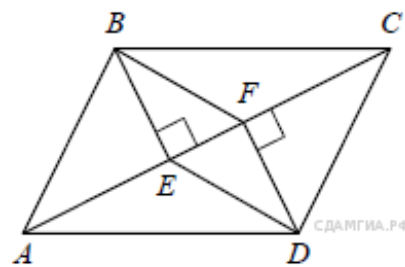


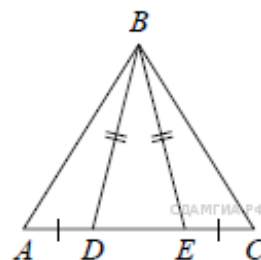
Задания С5. Геометрическая задача на доказательство

1. **С 5 № 51.** В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC=ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

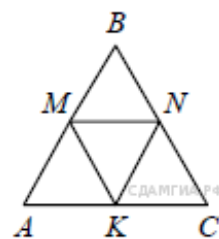
2. **С 5 № 77.** В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что $BFDE$ — параллелограмм.



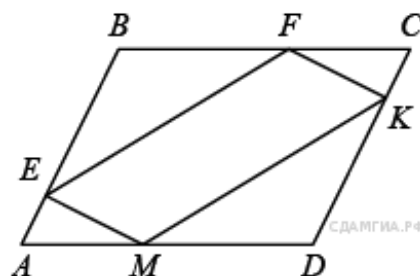
3. **С 5 № 103.** На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки BD и BE тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



4. **С 5 № 129.** В равностороннем треугольнике ABC точки M , N , K — середины сторон AB , BC , CA соответственно. Докажите, что треугольник MNK — равносторонний.



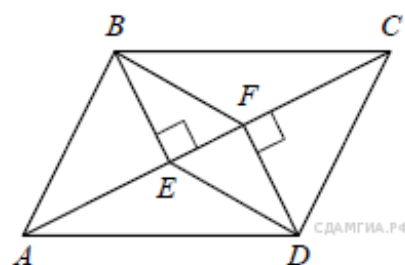
5. **С 5 № 155.** В параллелограмме $ABCD$ точки E , F , K и M лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причём $AE = CK$, $BF = DM$. Докажите, что $EFKM$ — параллелограмм.



6. **С 5 № 181.** Дан правильный восьмиугольник. Докажите, что если его вершины последовательно соединить отрезками через одну, то получится квадрат.



7. **С 5 № 207.** В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что отрезки BF и DE параллельны.

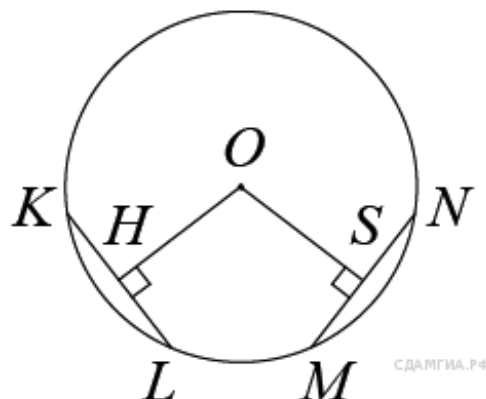


8. **С 5 № 311241.** В окружности с центром O проведены две хорды AB и CD так, что центральные углы AOB и COD равны. На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL .

Докажите, что OK и OL равны.

9. С 5 № 311251. В параллелограмме $KLMN$ точка E — середина стороны LM . Известно, что $EK = EN$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

10. С 5 № 311258. В окружности с центром O проведены две равные хорды KL и MN . На эти хорды опущены перпендикуляры OH и OS . Докажите, что OH и OS равны.



11. С 5 № 311259. В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны CD . Известно, что $EB = EA$.

Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

12. С 5 № 311260. В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

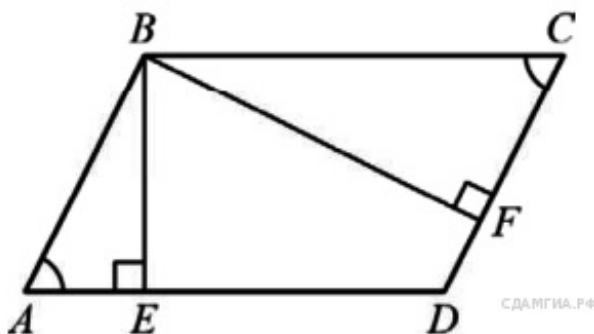
13. С 5 № 311549. В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны AB . Известно, что $MC = MD$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

14. С 5 № 311555. В параллелограмме $ABCD$ точка K — середина стороны AB . Известно, что $KC = KD$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

15. С 5 № 311561. На стороне AC треугольника ABC отмечены точки D и E так, что $AD = CE$. Докажите, что если $BD = BE$, то $AB = BC$.

16. С 5 № 311567. На медиане KF треугольника MKP отмечена точка E . Докажите, что если $EM = EP$, то $KM = KP$.

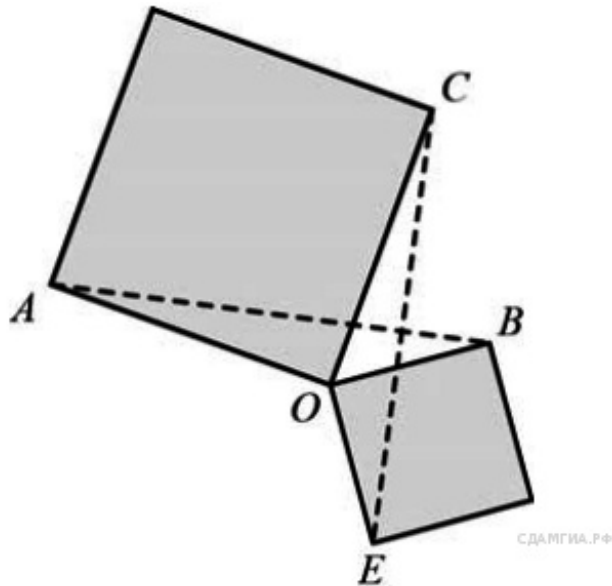
17. С 5 № 311573. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF . Докажите, что $\triangle ABE$ подобен $\triangle CBF$.



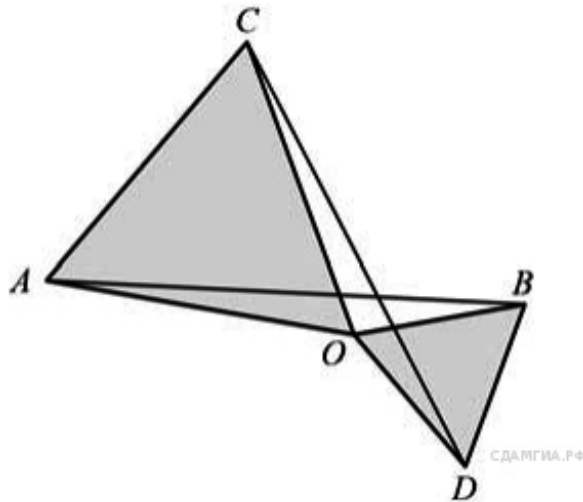
18. С 5 № 311602. Докажите, что биссектрисы углов при основании равнобедренного треугольника равны.

19. С 5 № 311603. В параллелограмме проведены биссектрисы противоположных углов. Докажите, что отрезки биссектрис, заключенные внутри параллелограмма, равны.

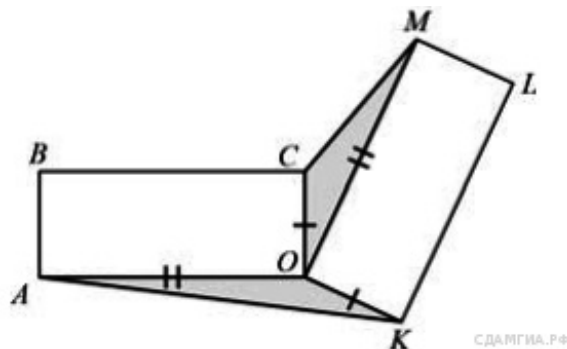
20. С 5 № 311604. Два квадрата имеют общую вершину. Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки и равны.



21. С 5 № 311605. Два равносторонних треугольника имеют общую вершину. Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки AB и CD равны.



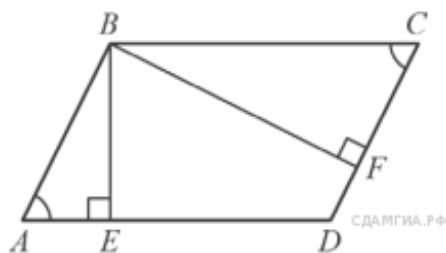
22. С 5 № 311606. Два равных прямоугольника имеют общую вершину O (см. рис.). Докажите, что площади треугольников AOK и COM равны.



23. С 5 № 311607. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$. Точка M лежит на основании AD и равноудалена от концов другого основания. Докажите, что M — середина основания AD .

24. С 5 № 311608. Середины сторон параллелограмма являются вершинами ромба. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

25. **С 5 № 311663.** В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF . Докажите, что $\triangle ABE$ подобен $\triangle CBF$.



26. **С 5 № 311665.** Докажите, что у равных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ биссектрисы, проведённые из вершины A и A_1 , равны.

27. **С 5 № 311667.** Три стороны параллелограмма равны. Докажите, что отрезок с концами в серединах противоположных сторон параллелограмма равен четверти его периметра.

28. **С 5 № 311669.** В треугольнике ABC угол B равен 36° , $AB = BC$, AD — биссектриса. Докажите, что треугольник ABD — равнобедренный.

29. **С 5 № 311696.** В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

30. **С 5 № 311773.** В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60° . Докажите, что точки A , C , центр описанной окружности треугольника ABC и точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.

31. **С 5 № 311829.** В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , центр описанной окружности O и центр вписанной окружности I лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .

32. **С 5 № 311861.** В остроугольном треугольнике ABC точки A , C , центр описанной окружности O и точка пересечения высот H лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60° .

33. **С 5 № 311925.** В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BH и BE к сторонам AD и CD соответственно, при этом $BH = BE$. Докажите, что $ABCD$ — ромб.

34. **С 5 № 311969.** Окружность касается стороны AB треугольника ABC , у которого $\angle C = 90^\circ$, и продолжений его сторон AC и BC за точки A и B соответственно. Докажите, что периметр треугольника ABC равен диаметру этой окружности.

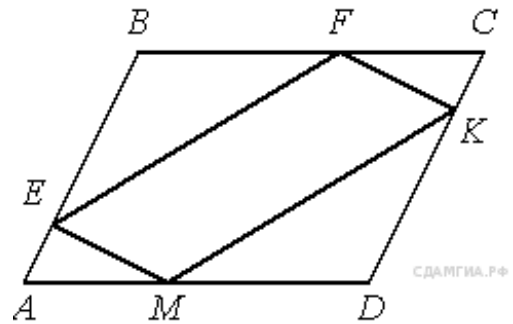
35. **С 5 № 314810.** В параллелограмме $KLMN$ точка A — середина стороны LM . Известно, что $KA = NA$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

36. **С 5 № 314812.** В параллелограмме $ABCD$ точка K — середина стороны AB . Известно, что $KC = KD$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

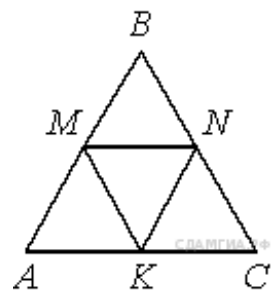
37. **С 5 № 314822.** В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке K . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника AKD .

38. **С 5 № 314830.** В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника AOB .

39. С 5 № 314849. В параллелограмме $ABCD$ точки E , F , K и M лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причём $AE = CK$, $BF = DM$. Докажите, что $EFKM$ — параллелограмм.



40. С 5 № 314856. В равностороннем треугольнике ABC точки M , N , K — середины сторон AB , BC , CA соответственно. Докажите, что треугольник MNK — равносторонний.



41. С 5 № 314881. В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны CD . Известно, что $EA = EB$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

42. С 5 № 314886. В параллелограмме $KLMN$ точка B — середина стороны LM . Известно, что $BK = BN$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

43. С 5 № 314895. В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

44. С 5 № 314900. В параллелограмме $KLMN$ точка E — середина стороны KN . Известно, что $EL = EM$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

45. С 5 № 314908. В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны CD . Известно, что $MA = MB$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

46. С 5 № 314911. В параллелограмме $KLMN$ точка E — середина стороны LM . Известно, что $EK = EN$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

47. С 5 № 314915. В параллелограмме $KLMN$ точка A — середина стороны KN . Известно, что $AL = AM$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

48. С 5 № 314919. В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны AB . Известно, что $MC = MD$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

49. С 5 № 314922. В параллелограмме $KLMN$ точка B — середина стороны KN . Известно, что $BL = BM$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

50. С 5 № 314925. В параллелограмме $ABCD$ точка K — середина стороны CD . Известно, что $KA = KB$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

51. С 5 № 314939. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника BOC .

52. **С 5 № 314940.** В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке K . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника AKB .

53. **С 5 № 314948.** В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника COD .

54. **С 5 № 314949.** В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке M . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника CMD .

55. **С 5 № 314962.** В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке M . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника BMC .

56. **С 5 № 314974.** В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке K . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника BKC .

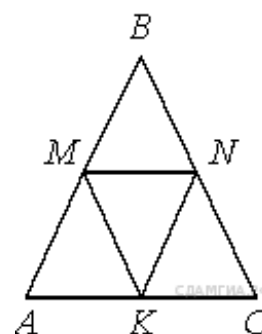
57. **С 5 № 314977.** В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника AOD .

58. **С 5 № 314978.** В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке K . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника CKD .

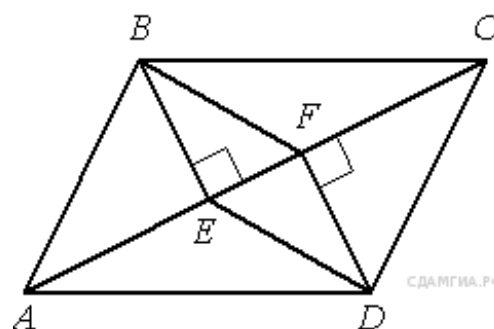
59. **С 5 № 314982.** В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке M . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника AMB .

60. **С 5 № 314987.** В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке M . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника AMD .

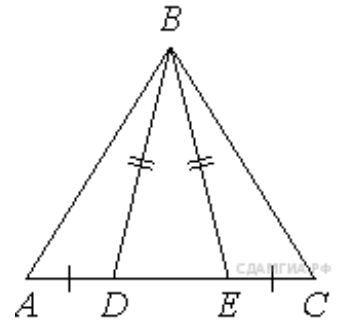
61. **С 5 № 315008.** В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точки M , N , K — середины сторон AB , BC , CA соответственно. Докажите, что треугольник MNK — равнобедренный.



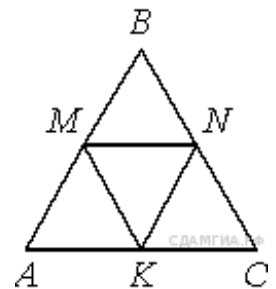
62. **С 5 № 315010.** В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что $BFDE$ — параллелограмм.



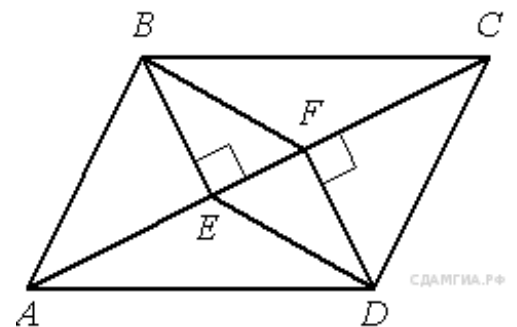
63. С 5 № 315022. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки BD и BE тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



64. С 5 № 315030. В равностороннем треугольнике ABC точки M, N, K — середины сторон AB, BC, CA соответственно. Докажите, что $BMKN$ — ромб.



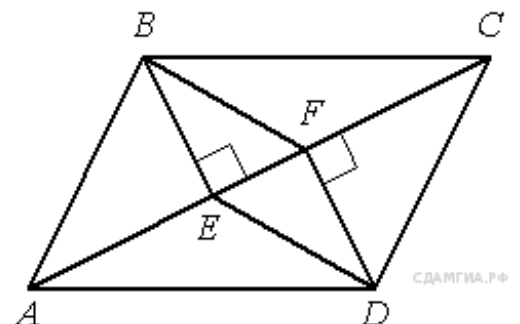
65. С 5 № 315033. В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что отрезки BF и DE равны.



66. С 5 № 315039. Дан правильный шестиугольник. Докажите, что если последовательно соединить отрезками середины его сторон, то получится правильный шестиугольник.

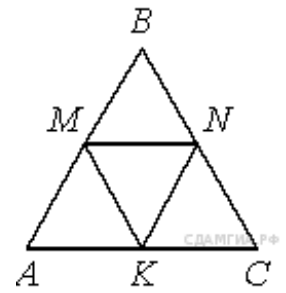


67. С 5 № 315041. В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что отрезки BF и DE параллельны.

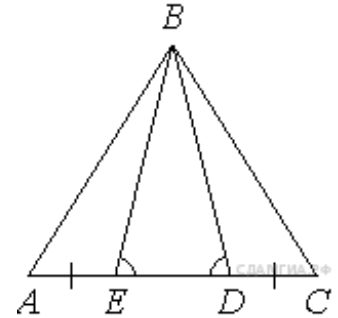


68. С 5 № 315047. Дан правильный шестиугольник. Докажите, что если его вершины последовательно соединить отрезками через одну, то получится равносторонний треугольник.

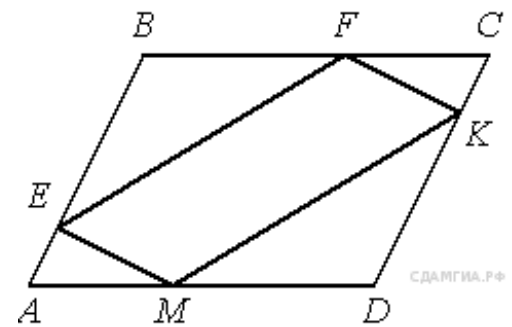
69. С 5 № 315051. В равностороннем треугольнике ABC точки M, N, K — середины сторон AB, BC, CA соответственно. Докажите, что $AMNK$ — ромб.



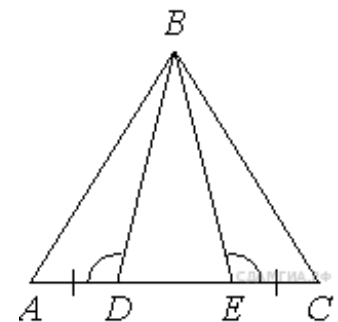
70. С 5 № 315062. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что углы ADB и BEC равны (см. рисунок). Оказалось, что отрезки AE и CD тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



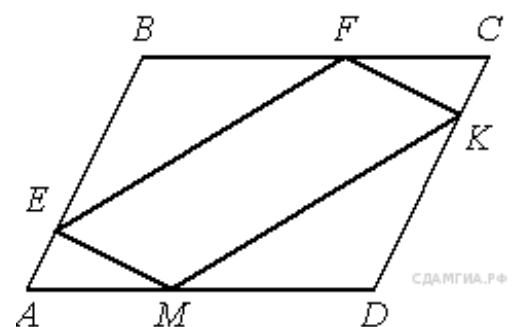
71. С 5 № 315075. В параллелограмме $ABCD$ точки E, F, K и M лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причём $CF = AM$, $BE = DK$. Докажите, что $EFKM$ — параллелограмм.



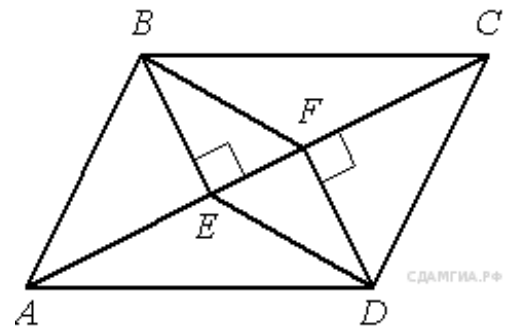
72. С 5 № 315085. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что углы ADB и BEC тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



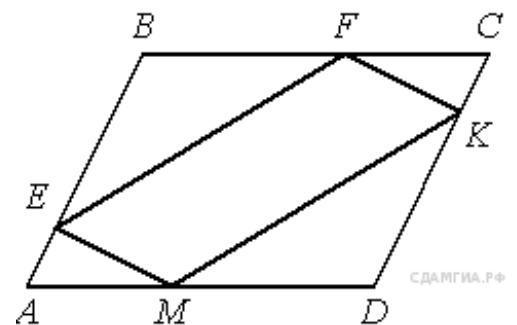
73. С 5 № 315087. В параллелограмме $ABCD$ точки E, F, K и M лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причём $AE = CK$, $CF = AM$. Докажите, что $EFKM$ — параллелограмм.



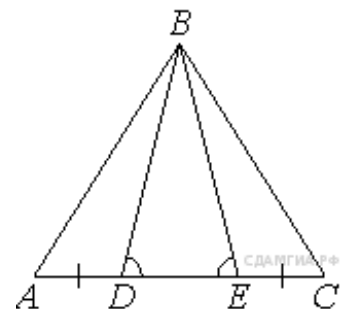
74. С 5 № 315096. В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что треугольники BEF и DFE равны.



75. С 5 № 315110. В параллелограмме $ABCD$ точки E, F, K и M лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причём $BF = DM$, $BE = DK$. Докажите, что $EFKM$ — параллелограмм.



76. С 5 № 315119. На стороне AC треугольника ABC выбраны точки D и E так, что отрезки AD и CE равны (см. рисунок). Оказалось, что углы AEB и BDC тоже равны. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



77. С 5 № 315120. Дан правильный восьмиугольник. Докажите, что если его вершины последовательно соединить отрезками через одну, то получится квадрат.

78. С 5 № 315124. Дан правильный восьмиугольник. Докажите, что если последовательно соединить отрезками середины его сторон, то получится правильный восьмиугольник.